Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 194 – 196 *20 августа 1970 г.*

О КИРАЛЬНОЙ ДИНАМИКЕ A_1-ρ-π-СИСТЕМЫ

Б.М.Зупник, В.И.Огиевецкий

1. Конструктивным способом извлечения следствий алгебры токов является метод эффективных лагранжианов [1–5]. Наше замечание состоит в том, что в обычной киральной схеме для A_1-, ρ-, π-системы [3–5] имеется произвол, связанный с наличием в лагранжиане различных членов с тремя и четырьмя производными полей. В настоящей работе построен эффективный лагранжиан взаимодействия A^1-, ρ- и π-мезонов, содержащий не более двух производных в каждом члене и дающий минимальную ($\leqslant 2$) степень 4-импульсов во всех вершинах. Ограничение зависимости контактных вершин от 4-импульсов ведет к разумным физическим следствиям, например, часто обсуждаемый аномальный магнитный момент A_1-мезона δ равен – 1.

2. Пусть мы имеем в группе $SU_2 \times SU_2$ линейно преобразующиеся векторное и аксиально-векторное поле $\vec{\rho}_\mu$ и a_μ, а также пионное поле $\vec{\pi}$ с нелинейным законом преобразования [1, 2]

$$\delta\vec{\pi} = -\vec{a}\times\vec{\pi} + f_\pi\vec{\beta}\sigma, \quad \sigma = (1-\vec{\pi}^2/f_\pi^2)^{1/2}, \tag{1}$$

где $\vec{a}$, $\vec{\beta}$ – инфинитезимальные параметры, а $f_\pi = 95$ *Мэв* – пионная распадная константа. Тогда пионы входят в лагранжиан через ковариантную производную [1–5]:

$$\nabla_\mu \pi^a = \{\delta_{ab} + [f_\pi^2\sigma(1+\sigma)]^{-1}\pi^a\pi^b\}(D_\mu\pi^b + gf_\pi\sigma a_\mu^b), \tag{2}$$

где $a, b = 1, 2, 3$ и $D_\mu\vec{\pi} = \partial_\mu\vec{\pi} - g\vec{\rho}_\mu\times\vec{\pi}$.

Инвариант $(\nabla_\mu\vec{\pi})^2$ содержит нефизическую билинейную связь $a_\mu\partial_\mu\vec{\pi}$ которую обычно исключают из L введением нового поля $A_\mu = a_\mu + (2gf_\pi)^{-1}D_\mu\vec{\pi}$ [3–5].

3. Обратим внимание на то, что после такой замены a_μ из члена самодействия аксиально-векторного поля $(a_\mu\times a_\nu)^2$ в обычном лагранжиане A_1-, ρ-, π-системы [3–5] возникают нежелательные члены $[D_\mu\pi\times D_\nu\pi]^2$ с 4-мя производными полей и члены с 3-мя производными. (Удобно ввести обозначение D для числа производных в отдельных членах L, тогда обычный лагранжиан [3–5] характеризуется условием $D\leqslant 4$). В таком случае следует включить в L независимо все возможные инварианты с тремя и четырьмя производными полей, при этом предсказания теории становятся менее определенными вследствие появления произвольных параметров.

Аналогично, в алгебре токов имеется произвол в выборе решений тождеств Уорда [6–7] для вершинных функций.

Следует также сказать, что наличие в L связей с $D = 3,4$ приводит к негладкой зависимости амплитуд $\rho\to 2\pi$, $A_1\to 3\pi$, $\pi\pi\to\pi\pi$ от 4-импульсов.

В этой связи мы выдвигаем естественное требование: *эффективный лагран-*

жиан A_1-, ρ-, π-системы должен содержать не более двух производных в каждом члене.

Для упрощения выкладок примем, что константы связи с векторным и аксиально-векторным полями g_ρ и g_A равны, и выполняется соотношение $KSFR$ [8]:

$$g_\rho = g_A = g, \qquad 2f_\pi^2 \, g_\rho^2 = m_\rho^2, \tag{3}$$

где m_ρ – масса ρ-мезона.

В наиболее общем инвариантном лагранжиане, содержащем несколько произволных параметров в членах с $D = 3,4$, эти члены однозначным образом исключаются при строго определенных значениях параметров посредством замены:

$$a_\mu \to A_\mu = a_\mu + [f_\pi g(1+\sigma)]^{-1} D_\mu \pi, \tag{4}$$

в которой $(2gf_\pi)^{-1} D_\mu \pi$ приводит к исчезновению $A_\mu D_\mu \vec{\pi}$ связи, а нелинейный по пионам член определяется из требования $D \leqslant 2$. Именно эта замена позволяет получить самодействие полей $\vec{\rho}_\mu$ и a_μ без появления членов с $D = 3,4$ при помощи величин:

$$\vec{\rho}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu - g\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu - g(1-\sigma)\, A_\mu \times A_\nu + f_\pi^{-1}(A_\mu \times D_\nu \vec{\pi} \times D_\mu \vec{\pi} \times A_\nu), \tag{5}$$

$$A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - g\vec{\rho}_\mu \times A_\nu + g\vec{\rho}_\nu \times A_\mu - gf_\pi^{-1}\, \vec{\pi} \times (A_\mu \times A_\nu) \tag{6}$$

подобранных так, что $\vec{\rho}_{\mu\nu}$ совместно с $\{A_{\mu\nu} + [f_\pi(1+\sigma)]^{-1} \vec{\rho}_{\mu\nu} \times \vec{\pi}\}$ преобразуются линейно в $SU_2 \times SU_2$.

Квадратичный по $\Delta_\mu \vec{\pi}$, $\vec{\rho}_{\mu\nu}$ и $A_{\mu\nu}$ эффективный лагранжиан A_1-, ρ-, π-системы, содержащий только члены не более чем с двумя производными, записывается в виде:

$$L = -\frac{1}{4}\vec{\rho}_{\mu\nu}^{\,2} - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4}[f_\pi(1+\sigma)]^{-2}(\vec{\pi} \times \vec{\rho}_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2}[f_\pi(1+\sigma)]^{-1} \times$$

$$\times (\vec{\rho}_{\mu\nu} \times \vec{\pi} A_{\mu\nu}) + g(1+\sigma)^{-1}[f_\pi(\sigma-1)(D_\mu \vec{\pi} A_\mu) + (f_\pi \sigma)^{-1}(A_\mu \vec{\pi})(\vec{\pi}\partial_\mu \vec{\pi})] -$$

$$- g^2(\vec{\pi} \times A_\mu)^2 + \frac{1}{2}(1+\sigma)^{-2}[(D_\mu \vec{\pi})^2 + \frac{1}{2} f_\pi^{-2}(\vec{\pi}\,\partial_\mu \vec{\pi})^2] + \frac{m_\rho^2}{2}\vec{\rho}_\mu^{\,2} +$$

$$+ \frac{M_A^2}{2} A_\mu^2 + m_\pi^2 f_\pi^2 \sigma, \tag{7}$$

где m_ρ, $M_A = \sqrt{2} m_\rho$ и m_π – массы соответствующих частиц. Выбор нарушающего $SU_2 \times SU_2$ – инвариантность члена $m_\pi^2 f_\pi^2 \sigma$ диктуется PCAC [1-2]. Если не принимать ограничений (3), то выражение для лагранжиана с $D \leqslant 2$ несколько усложняется и будет приведено в более подробном изложении работы.

5. Аксиальный и векторный токи, вычисленные из L по методу Гелл-Манна и Леви, удовлетворяют одновременным коммутационным соотношениям алгебры полей [8].

В приближении "деревьев" [1–5] контактные вершины являются полиномами по 4-импульсам, степень которых равна числу производных D в соответствующем члене из L, поэтому зависимость вершин от 4-импульсов можно также характеризовать величиной D. В нашей модели любая контактная вершина имеет $D \leqslant 2$, притом для A_1-, ρ-, π-системы это ограничение не может быть усилено, поскольку связи с $D = 2$ дают необходимые в L члены $(\nabla_\mu \vec{\pi})^2$, $\vec{\rho}^{\,2}_{\mu\nu}$ и др.

Таким образом, вычисленные из лагранжиана (7) вершинные функции представляют собой частное решение тождеств Уорда в $SU_2 \times SU_2$ алгебре полей с предельно гладкой зависимостью контактных вершин от 4-импульсов.

6. Величина аномального магнитного момента A_1-мезона δ не определяется тождествами Уорда для вершин $A_1 A_1 \rho$, $A_1 \rho \pi$ и $\rho \pi \pi$ [6]. Наше требование $D \leqslant 2$ дает в этом случае приемлемое значение $\delta = -1$. Без ограничений (3) из общего лагранжиана с $D \leqslant 2$ с необходимостью получается:

$$\delta = (g_A / g_\rho)^2 \{ 1 - [(m_\rho / f_\pi q)^2 - 1]^{-2} \} - 1 \sim -1. \qquad (8)$$

Отметим, что в данной модели $\rho\pi\pi$ и $A_1 3\pi$ вершины имеют $D = 1$, а контактная $\pi\pi \to \pi\pi$ вершина линейна по s, t, u. Далее, для парциальных ширин $A_1 \to \rho\pi$ и прямого $A_1 \to 3\pi$-распадов получаем: $\Gamma(A_1 \to \rho\pi) = 45$ *Мэв*, $\Gamma(A_1 \to 3\pi) = 35$ *Мэв*. S-волновые длины $\pi\pi$-рассеяния будут такими же, как в алгебре токов совместно с PCAC и условием гладкости [8], которое соответствует нашему ограничению числа производных в лагранжиане. В обычной лагранжевой схеме [3–5] при $D \leqslant 4$ длины $\pi\pi$-рассеяния можно произвольно менять включением в L члена $(\nabla_\mu \vec{\pi})^4$.

Объединенный институт ядерных исследований

Поступила в редакцию 15 июля 1970 г.

Литература

[1] S.Weinberg. Phys. Rev. Lett., 18, 188, 1967; Phys. Rev., 166, 1568, 1968.
[2] P.Chang, F.Gürsey. Phys. Rev., 164, 1752, 1967; 169, 1397E, 1968.
[3] J.Schwinger. Phys. Lett., 24B, 473, 1967.
[4] J.Wess, B.Zumino. Phys. Rev., 163, 1727, 1967.
[5] B.W.Lee, H.T.Nieh. Phys. Rev., 166, 1507, 1968.
[6] H.J.Schnitzer, S.Weinberg. Phys. Rev., 164, 1828, 1967.
[7] I.S.Gerstein, H.J.Schnitzer. Phys. Rev., 170, 1638, 1968.
[8] S.Weinberg. Proceedings of the XIV International Conference on High-Energy Physics, p. 253, Vienna, 1968.