Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 407 – 411 20 октября 1970 г.

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

И.Н.Онищенко, А.Р.Линецкий, Н.Г.Мациборко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко

Как известно, при взаимодействии монохроматической волны с плазмой, захват резонансных частиц плазмы в потенциальную яму, созданную волной, приводит к осцилляциям амплитуды волны с характерным временем порядка периода колебаний частиц в яме $\tau_0 = \dfrac{1}{k\sqrt{e\phi_0/m}}$ (k – волновое число, ϕ_0 – амплитуда потенциала в волне). Затухание осцилляций происходит в результате фазового "размешивания" захваченных частиц, обусловленного зависимостью периода их колебаний в яме от энергии. Эти особенности взаимодействия монохроматической волны с плазмой были выяснены Мазитовым [1] и О'Нейлом [2], исследовавшими поглощение волны с достаточно малым линейным декрементом $\gamma_L \tau_0 \ll 1$. В этом случае удалось получить приближенное аналитическое решение задачи, рассматривая движение резонансных частиц в волне заданной амплитуды, а затем учитывая эффект их обратного влияния на волну.

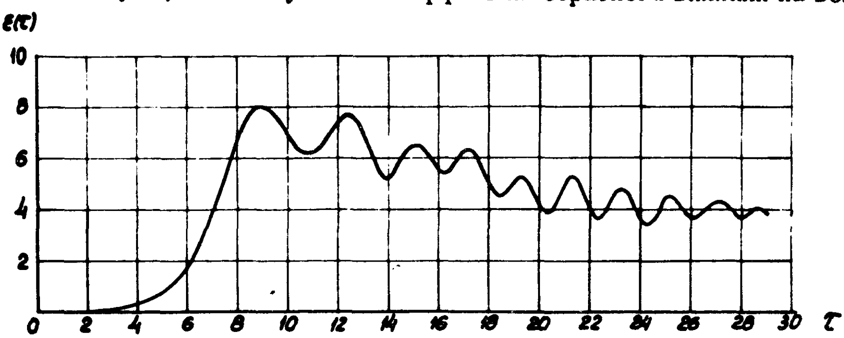

Рис. 1

В настоящей работе мы рассмотрим нелинейную теорию возбуждения пучком монохроматической плазменной волны в двух предельных случаях: "размытого" – $\Delta v/v_0 \gg (n_1/n_0)^{1/3}$ и "моноэнергетического" – $\Delta v/v_0 \ll (n_1/n_0)^{1/}$ электронного пучка (Δv – разброс по скоростям в пучке, v_0 – средняя скорость, n_1, n_0 – плотности пучка и плазмы, $n_1 \ll n_0$ [1]). В пучке малой плотности амплитуда возбуждаемой волны также достаточно мала ($e\phi_0 \ll mv_0^2$) и для тепловых частиц, определяющих дисперсию колебаний, применимо линейное приближение. Существенно нелинейно только движение резонансных частиц со скоростями $|v - v_ф| \lesssim (5\gamma_L/k)$, с которыми связана раскачка амплитуды волны ($v_ф = \omega_0/k$ – фазовая скорость волны).

[1] Во время выполнения настоящей работы авторам стало известно, что нелинейная теория возбуждения монохроматических волн в плазме рассматривается также Р.З.Сагдеевым и Б.Фридом.

В случае "размытого" пучка когда неустойчивость пучка в плазме – кинетическая ($\gamma_L = \dfrac{2\pi^2 e^2}{mk}\,\omega_0 \dfrac{\partial f}{\partial v_ф}$, f_0 – равновесная функция распределения резонансных частиц), система уравнений, описывающих возбуждение монохроматической волны, имеет вид:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{e}{m} E(t)\sin kz, \qquad \frac{dz}{dt} = v, \tag{1}$$

$$\frac{1}{4\pi} E \frac{dE}{dt} = -\overline{j^{рез} E(t,z)} = \frac{4\pi e}{\lambda} E(t) \int\limits_{-\lambda/2}^{\lambda/2} dz_0 \int\limits_{-v_0^m}^{v_0^m} dv_0 \sin kz (v + v_ф) \times$$

$$\times f_0(v + v_ф). \tag{2}$$

Уравнения (1), (2), записаны в системе отсчета волны, $j^{рез}$ – ток резонансных частиц, черта соответствует усреднению по длине волны λ; z_0, v_0 – начальные значения координаты и скорости частицы, находяшейся в момент времени t в точке z, v фазового пространства. При получении уравнения (2) мы воспользовались теоремой Лиувиля о сохранении фазового объема $dzdv = dz_0 dv_0$ и условием сохранения функции распределения на траектории частиц $f(t, z, v + v_ф) = f_0(v_0 + v_ф)$ (начальным возмущением равновесной функции распределения в (2) можно пренебречь).

При малых амплитудах, когда ширина области захвата частиц волной намного меньше интервала резонансных скоростей частиц: $\sqrt{e\phi_0/m} < \gamma_L/k$, система уравнений (1) – (2) описывает экспоненциальный рост амплитуды при неустойчивости. С течением времени достигаются амплитуды

$$\phi_0 \sim \frac{m\gamma_L^2}{ek^2}, \tag{3}$$

при которых значительная часть резонансных частиц оказывается захваченной в потенциальную яму, созданную волной. Рост колебаний тогда прекращается и за счет захваченных частиц возникают осцилляции амплитуды, затухающие в результате фазового "размешивания" этих частиц. Оценка максимальной амплитуды колебаний, совпадающая с (3), приводилась ранее в работах [3, 4].

Так как в задаче о возбуждении колебаний нет малого параметра ($\gamma_L r_0 \gtrsim 1$), решение системы уравнений (1) – (2) удается получить только численными методами. В безразмерных переменных

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{kv}{\gamma_L}, \quad \zeta = \frac{1}{2\pi} kz, \quad \tau = \gamma_L t, \quad \epsilon = \frac{eEk}{m\gamma_L^2}$$

система уравнений (1) – (2) записывается в виде

$$\frac{d\nu}{d\tau} = -\frac{\epsilon}{2\pi}\sin 2\pi\zeta, \qquad \frac{d\zeta}{d\tau} = \nu, \tag{4}$$

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} = 16\pi \int_0^{1/2} d\zeta_0 \int_{-\nu_0^m}^{\nu_0^m} d\nu_0\, \nu_0 \sin 2\pi\zeta, \tag{5}$$

где воспользовавшись условием $\Delta v >> (5\gamma_L/k)$, мы представили функцию распределения резонансных частиц в виде

$$f_0(v + v_{ф}) = f_0(v_{ф}) + v\frac{\partial f_0}{\partial v_{ф}},$$

и исключили в (5) интеграл по $\zeta < 0$ с помощью условия:

$$\nu(-\zeta_0, -\nu_0, \tau) = -\nu(\zeta_0, \nu_0, \tau), \quad \zeta(-\zeta_0, -\nu_0, \tau) = -\zeta(\zeta_0, \nu_0, \tau).$$

Интегрирование системы уравнений (4) – (5) было проведено на ЭВМ. Были проинтегрированы траектории 1628 частиц, начальные скорости которых изменялись в пределах $-2 \leqslant \nu_0 \leqslant 2$ с интервалом $\Delta\nu_0 = 2/95$ и начальные координаты в пределах $0 \leqslant \zeta_0 \leqslant 1/2$ с интервалом $\Delta\zeta_0 = 1/14$. На рис. 1 приведена полученная зависимость $\epsilon(\tau)$ при $\epsilon(0) = 10^{-2}$ и оптимальном шаге $\Delta\tau = 5\cdot 10^{-3}$. При $\tau \leqslant 7$ эта зависимость носит экспоненциальный характер $\epsilon \sim \exp(0{,}89\,\tau)$ (при выбранном значении максимальной скорости резонансных частиц линейный инкремент нарастания $\gamma = 0{,}90\,\gamma_L$). В дальнейшем этот рост замедляется, при $\tau = 8{,}8$ амплитуда колебаний достигает первого максимума $\epsilon^{(1)}_{max} = 8{,}2$, а при больших τ возникают осцилляции амплитуды. Уменьшение среднего значения ϵ, относительно которого происходят эти осцилляции, возможно, связано с возникновением неустойчивости захваченных частиц в поле с осциллирующей амплитудой, приводящей к ускорению этих частиц. С ростом τ амплитуда осцилляций уменьшается и при $\tau > 25$ ϵ можно приближенно считать постоянной $\epsilon_{стац} \approx 4$, что соответствует энергии колебаний

$$\frac{E^2}{4\pi} = \epsilon^2_{стац} n_1 m v \Delta v \left(\frac{\gamma_L}{k\Delta v}\right)^4 \tag{6}$$

намного меньшей энергии пучка.

В случае моноэнергетического пучка неустойчивость в первую очередь приводит к возбуждению волны с $k = \omega_0/v_0$, соответствующей максимуму линейного инкремента $\gamma = 0{,}686\,\omega_0\,(n_1/n_0)^{1/3}$. Частота волны близка к резонансной частоте плазмы и возбуждением высших гармоник с частотой $\omega = n\omega_0$,

$n \geqslant 2$ можно пренебречь (их амплитуда $E_n \sim E_1(\gamma/\omega)$). Представляя электрическое поле волны в виде

$$E(t, z) = E(t)\sin[k(z - vt) + a(t)] \tag{7}$$

и учитывая, что в случае "моноэнергетического" пучка изменение со временем не только амплитуды волны E, но и фазы a, определяется взаимодействием частиц пучка с волной, получим следующую систему уравнений для амплитуды и фазы

$$\frac{du}{d\tau} = -\epsilon\sin(2\pi\zeta + a); \qquad \frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} u, \tag{8}$$

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} = \int_{-1/2}^{1/2} \sin(2\pi\zeta + a)\, d\zeta_0; \tag{9}$$

$$\left(\frac{da}{d\tau} - \delta\right)\epsilon = \int_{-1/2}^{1/2} \cos(2\pi\zeta + a)\, d\zeta_0 . \tag{10}$$

В этих уравнениях использованы безразмерные переменные

$$\tau = \omega_0\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3} t; \quad \delta = \frac{\omega_0 - kv_0}{\omega_0\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3}}; \quad \zeta = \frac{z - v_0 t}{\lambda}; \quad u = \frac{v - v_0}{v_0\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3}};$$

$$\epsilon = \frac{E}{\sqrt{4\pi n_1 m v_0^2\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3}}}$$

при их получении предполагалось, что при $t = 0$ пучок имеет "δ-образное" распределение по скоростям $f_0(t = 0) = n_1\delta(v - v_0)$. Система уравнений (8) – (10)

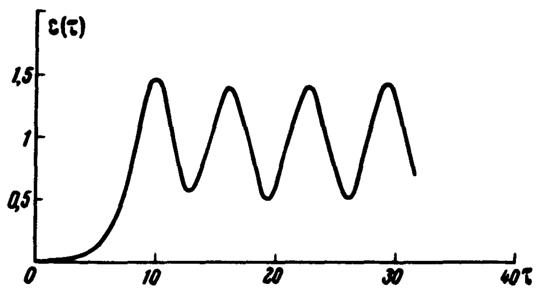

Рис. 2

интегрировалась методом Рунге – Кутта при $\delta = 0$, $\epsilon_0 = 10^{-2}$. Были проинтегрированы траектории 100 частиц с начальными $-1/2 \leqslant \zeta_0 \leqslant 1/2$. Результаты этого интегрирования представлены на рис. 2. При $\epsilon << 1$ имеет место экспоненциальный рост амплитуды, соответствующий линейной теории

($\epsilon \sim \exp(0{,}683\ r)$). При $\epsilon \sim 1$ возникают осцилляции амплитуды, обусловленные захватом пучка в потенциальную яму волны. Заметного затухания осцилляций, связанного с фазовым "размешиванием" захваченных частиц в этом случае не происходит. Энергия волны, возбуждаемой моноэнергетическим пучком, оказывается весьма значительной

$$\frac{E^2}{4\pi} = \epsilon^2 n_1 m v_0^2 \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3} \tag{11}$$

где ϵ изменяется в пределах $1{,}5 \div 0{,}5$.

Авторы благодарны Я.Б.Файнбергу, Г.Я.Любарскому за ценные замечания, А.А.Веденову, Б.Б.Кадомцеву, Р.З.Сагдееву за обсуждение настоящей работы, Н.М.Лебедеву – за помощь в вычислениях.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
31 августа 1970 г.

Литература

[1] Р.Мазитов. ПМТФ, вып. 1, 27, 1965.

[2] Th'O'Neil. Phys. Fluids, 8, 2255, 1965.

[3] А.Б.Гуревич. ЖЭТФ, 54, 522, 1968.

[4] В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Укр. физ. журнал, 13, 1989, 1968.