Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 416 – 418   *20 октября 1970 г.*

МАССОВЫЙ ОПЕРАТОР И ТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА ЭЛЕКТРОНА В ИНТЕНСИВНОМ ПОЛЕ

В.И.Ритус

Как известно, радиационные поправки к движению электрона во внешнем поле могут быть описаны массовым оператором в модифицированном уравнении Дирака [1] и экспериментально наблюдаемы по эффектам рассеяния и смещения уровней. Массовый оператор подробно рассматривался лишь для кулонова поля в низших порядках по этому полю и полю излучения.

Хотя созданные в настоящее время электромагнитные поля F малы по сравнению с характерным квантово-электродинамическим значением $F_0 = m^2c^3/e\hbar = 4{,}4\cdot 10^{13}$ *э*, при движении электронов высокой энергии в поле большой напряженности становится возможным получить в системе покоя электрона поле порядка F_0. При этом независимо от вида поля в лабораторной системе, в собственной системе электрона оно будет очень близким к полю плоской волны, а если его характерные длина волны и период велики по сравнению с m/eF, то его можно считать постоянным скрещенным полем ($\mathbf{F} \perp \mathbf{H}$, $E = H$). В этой работе приводятся структура и свойства массового оператора, собственных функций и функции Грина электрона в скрещенном поле, точных по внешнему и радиационному полям.

Если записать волковское решение уравнения Дирака в скрещенном поле в виде $\psi_p(x) = E_p(x)\, u_p$, см. [2], и аналитически продолжить матрицу $E_p(x)$ в область $p^2 \neq -m^2$, то фурье-преобразование, использующее $E_p(x)$ вместо обычной e^{ipx}, делает массовый оператор диагональным по p_μ и приводит модифицированное уравнение Дирака к виду [1)]

$$[i\gamma p + m + M(p,\ F)]\,\phi(p) \equiv C(p,\ F)\,\phi(p) = 0.$$

В скрещенном поле

$$C = S + i\,\gamma V + \sigma T + i\gamma_5 \gamma A\,, \quad S = ms\,, \quad V_\mu = p_\mu v + (e^2 F_{\mu\nu} F_{\nu\lambda} p_\lambda / m^4)\, v_2\,,$$

$$T_{\mu\nu} = (eF_{\mu\nu}/m)\, t\,, \quad A_\mu = (e\overset{*}{F}_{\mu\nu} p_\nu / m^2)\, a\,;$$

малыми буквами обозначены скалярные функции от p^2 и $\chi = \pm\sqrt{(eF_{\mu\nu}p_\nu)^2}/m^3$
Решение модифицированного уравнения существует только при

$$\det C = (S^2 + V^2 + A^2)^2 - 4(SA - 2T^* V)^2 = 0, \text{ т. е.}$$

$$m^2 s^2 + p^2 v^2 + m^2 \chi^2 (a^2 - 2vv_2) \pm 2m^2 \chi (s\,a - 2t\,v) = 0. \qquad (1)$$

Эти два уравнения определяют для вещественного χ две ветви, вообще говоря, комплексных значений $p^2 = -m^2 g_{1,2}(\chi)$ [2)]. При $\chi \sim 1$ изменение массы электрона сравнимо с величиной затухания: $\mathrm{Re}\,(p^2 + m^2) \sim \mathrm{Im}\,p^2$.
Соответствующие этим значениям p^2 собственные спиноры имеют вид

$$u_{1,2}(p, F) = (S - i\gamma V - \sigma T + i\gamma_5\gamma A)(1 \pm i\gamma_5 \gamma n)\, w\,, \quad n_\mu = \frac{e\overset{*}{F}_{\mu\nu} p_\nu}{m^3 \chi}\,,$$

$$n^2 = 1, \quad nV = 0, \qquad (2)$$

(w – произвольный спинор) и отвечают двум противоположным собственным ориентациям $\pm\, n_\mu$ спина электрона в поле. Наконец, функция Грина имеет вид

$$G(p, F) = -\frac{i}{2}(S - i\gamma V - \sigma T + i\gamma_5\gamma A) \sum_{\pm} \frac{1 \pm i\gamma_5 \gamma n}{S^2 + V^2 + A^2 \pm 2(SA - 2T^* V, n)} \qquad (3)$$

---

1) Диагональность есть следствие коммутативности M с операторами $-i\partial_{1,2}$, $i(\partial_0 + \partial_3)$, $(\gamma\pi)^2$, для которых E_p – собственная функция с собственными значениями $p_{1,2}$, $p_- = p_0 - p_3$, p^2 (ось 3 вдоль $[\mathbf{E}\,\mathbf{H}]$).

2) Функции $g_{1,2}(\chi)$ являются однозначными, так как иначе это привело бы к дополнительным степеням свободы электрона. Вследствие затухания $\mathrm{Im}\, g_{1,2} \leqslant 0$.

и обладает полюсами, определяемыми уравнением (1), и разрезом $m^2 \leqslant -p^2 < \infty$.

В заключение приведем явное выражение массового оператора во втором порядке по полю излучения и точного по внешнему скрещенному полю:

$$M(p,F) = M_R^0 + \frac{a}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^2} \left\{ \left[2m + \frac{i\gamma p}{1+u} + \frac{ie^2 \gamma F F p}{2m^4 \chi^2} \left(1 + \nu \frac{u-1}{1+u} \right) \right] f_1(z) - \right. \tag{4}$$

$$\left. - \left[\frac{ie\gamma_5 \gamma F p^* (2+u)}{m^2 \chi (1+u)} + \frac{e\sigma F}{m\chi} \right] \left(\frac{\chi}{u} \right)^{1/3} f(z) - \frac{ie^2 \gamma F F p}{m^4 \chi^2} \frac{2+2u+u^2}{1+u} \left(\frac{\chi}{u} \right)^{2/3} f'(z) \right\},$$

где $z = (u/\chi)^{2/3} \left(1 - \frac{\nu - 1}{u} \right)$, $\nu = -p^2/m^2$, $f(z)$ определена в [3] и табулирована, $f_1(z) = \int_z^\infty dx (f(x) - 1/\sqrt{\pi}x)$, а M_R^0 – регуляризованное значение массового оператора электрона в вакууме, см., например, [4]. На массовой оболочке $p^2 = -m^2$ матричный элемент этого оператора между свободными спинорами определяет во втором порядке амплитуду упругого рассеяния электрона в интенсивном скрещенном поле и, в частности, зависящий от поля аномальный магнитный момент, см. [3]. Выражение (4) существенно также при нахождении радиационных поправок более высокого порядка.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 сентября 1970 г.

Литература

[1] J.Schwinger. Proc. Nat. Acad. Sci., 37, 452, 455, 1951.

[2] А.И.Никишов, В.И.Ритус. ЖЭТФ, 46, 776, 1768, 1964.

[3] В.И.Ритус. ЖЭТФ, 57, 2176, 1969.

[4] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика. М., Изд. Наука, 1969.