Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 478 – 483 20 ноября 1970 г.

О СПЕКТРЕ ПОЛЯ ДВИЖУЩИХСЯ ФОКАЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ [1]

В.Н.Луговой, А.М.Прохоров

1. В последнее время в литературе большое внимание уделяется теоретическому и экспериментальному исследованию обнаруженного Шимицу [2] эффекта уширения спектра нестационарных по времени интенсивных световых пучков, проходящих через среды с хорошо выраженным квадратичным эффектом Керра (см., например, [3 – 6]). В указанных работах теоретическое рассмотрение этого вопроса опирается на предположение, что в световом пучке возникает волноводное распространение в виде тонких нитей ("филаментов"). Для объяснения основных особенностей экспериментально наблюдаемой картины спектра привлекается также ряд дополнительных предположений.

В то же время проведенные в работах [7, 8, 1] теоретические исследования (и последующие экспериментальные исследования [9–11] самого процесса распространения показали, что картина этого процесса существенно отличается от предполагавшейся ранее. Для гигантских лазерных импульсов возникает не волноводная, а многофокусная структура светового пучка, сопровождающаяся образованием на его оси конечного ряда отдельных фокальных областей. Нестационарность лазерных пучков приводит к движению фокальных областей вдоль оси. Поэтому представляет интерес рассмотрение вопроса о спектре поля $\mathcal{E}(t)$, обусловленного одной из движущихся фокальных областей многофокусной структуры. Такое рассмотрение проведено ниже. При этом выяснено, что основные особенности экспериментально наблюдаемой картины уширения спектра получают объяснение в данной теории.

2. Рассмотрим сначала стационарный по времени пучок, падающий на границу ($z = 0$) среды с показателем преломления $n = n_0(1 + \frac{1}{2} n_2 |E|^2)$. В аксиально симметричном случае комплексная амплитуда $E(r, z)$ колебаний электрического поля на оси пучка (т. е. при $r = 0$, $z \geqslant 0$) записывается в виде [7]:

$$E(0, z) = |E(0, z)| \exp[\, ik \int_0^z b_0(z')\, dz' + i\phi_0\,], \tag{1}$$

где

$$b_0(z) = \frac{1}{2} n_2 |E(0, z)|^2 - [ka(z)]^{-2} \tag{2}$$

$a(z) = \left\{ - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left| \frac{E(r, z)}{E(0, z)} \right|_{r=0} \right\}^{-1/2}$ — "радиус" пучка, определенный при $r \to 0$, $k = \frac{\omega_0}{c} n_0$, ω_0 — частота колебаний поля в падающем пучке, c — скорость света в вакууме, ϕ_0 — произвольная начальная фаза.

Согласно [8] мощность P, "втекающая" в любую из фокальных областей, определяется соотношением $P \approx P_{кр}^{(1)} (P_{кр}^{(1)} = cN_1^2 n_0 / 8n_2 k^2, N_1 \approx 2)$, из которого, например, для пучка с гауссовским профилем интенсивности следует $\frac{1}{2} n_2 |E(0, z)|^2 \approx 2[ka(z)]^{-2}$. Мощность P, "вытекающая" из каждой фокальной области в реальных условиях может быть меньше, чем $P_{кр}^{(1)}$, под влиянием многофотонного поглощения, ВКР и т. д. Подобные факторы могут играть существенную роль в фокальных областях и, в частности, могут ограничивать достижимую плотность энергии в них. При этом кривая $|E(0, z)|^2$ может быть асимметричной относительно точки $z = z_ф$ (где $z_ф$ — точка максимальной плотности энергии по z в рассматриваемой фокальной области) и вообще под влиянием подобных факторов не исключено возникновение более сложных внутренних структур фокальных областей. Тем не менее мы сначала ограничимся лишь некоторой простейшей аппроксимацией зависимостей $b_0(z)$ и $|E(0, z)|^2$, а именно, положим

$$b_0(z) = \frac{n_2}{4} |E(0, z)|^2, \quad |E(0, z)|^2 = E_ф^2 \left[1 + \left(\frac{z - z_ф}{\Delta z_x} \right)^2 \right]^{-1}. \tag{3}$$

Согласно (3) функция $|E(0, z)|^2$ является симметричной относительно точки $z = z_ф$.

3. Рассматриваемое нами решение в нелинейной среде, отвечающее, например, граничному условию $E(r, 0) = E_0 \exp\left(- \frac{r^2}{2a_0^2}\right)$, является также функ-

цией E_0, т. е. $E = E(r, z, E_0)$. Решение соответствующей нестационарной задачи (т. е. решение, отвечающее граничному условию $\bar{E}(r, 0, t) = \psi(t)\exp\left(-\frac{r^2}{2a_0^2}\right)$ имеет вид [12]:

$$\bar{E}(0, z, t) = E\left[0, z, \psi\left(t - \frac{z}{v}\right)\right], \quad v = \frac{c}{n_0}. \tag{4}$$

Обозначая через t_0 момент времени, в который рассматриваемая фокальная область проходит сечение z и ограничиваясь лишь окрестностью этой области, с помощью (1), (3) и (4) получаем следующее выражение для комплексной амплитуды $\bar{E}(0, z, t)$:

$$\bar{E}(0, z, t) = \frac{E_ф \Delta t_x \exp(i\chi_0)}{\sqrt{(\Delta t_x)^2 + (t - t_0)^2}} \left[\frac{\Delta t_x + i(t - t_0)}{\Delta t_x - i(t - t_0)}\right]^{a/2}, \tag{5}$$

где

$$\Delta t_x = \frac{\Delta z_x}{v_ф}, \quad a = \frac{(-1)^s}{4} k n_2 E_ф^2 \Delta z_x, \quad (s = 0,1), \tag{6}$$

$v_ф = \left|\frac{dz_ф}{dt}\right|$ – абсолютное значение скорости движения фокальной области в момент прохождения рассматриваемого сечения z; $s = 0$ при $\frac{dz_ф}{dt} < 0$, $s = 1$ при $\frac{dz_ф}{dt} > 0$; χ_0 – произвольная постоянная.

Фурье-образ $\bar{E}(0, z, \omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(0, z, t) e^{-i\omega_0 t} e^{i\omega t} dt$ определяется выражением

$$\bar{E}(0, z, \omega) = \begin{cases} -\dfrac{F\exp[i(\omega - \omega_0)t_0]}{\sqrt{\omega_0 - \omega}\,\Gamma\left(\dfrac{a+1}{2}\right)} W_{\frac{a}{2}, 0}[2\Delta t_x(\omega_0 - \omega)], & (\omega < \omega_0) \\[2ex] \dfrac{F\exp[i(\omega - \omega_0)t_0]}{\sqrt{\omega - \omega_0}\,\Gamma\left(\dfrac{1-a}{2}\right)} W_{-\frac{a}{2}, 0}[2\Delta t_x(\omega - \omega_0)], & (\omega > \omega_0). \end{cases} \tag{7}$$

Здесь $F = \pi E_ф \sqrt{2\Delta t_x}\exp(i\chi_0)$, $\Gamma(z)$ – гамма-функция, $W_{\lambda, \mu}(z)$ – функция Уиттекера. При условии $\Delta\omega << \omega_0$ (см. (8)) величина $|\bar{E}(0, z, \omega)|^2/\sqrt{8\pi}$ дает спектральное распределение интенсивности колебаний электрического поля на оси пучка в точке z.

4. Согласно (7) при $a >> 1$ спектральное распределение интенсивности является существенно асимметричным относительно точки $\omega = \omega_0$. Если $dz_ф/dt < 0$, т. е. если фокальная область движется навстречу падающему лучу, то основная доля энергии распределена при $\omega < \omega_0$ (т. е. преимущественное уширение спектра происходит в стоксову область)[1]. В противоположном случае (когда $dz_ф/dt > 0$) основная доля энергии распределена при $\omega > \omega_0$, т. е. в антистоксовой области. Спектральное распределение интенсивности имеет структуру (при $\omega < \omega_0$ – для первого и при $\omega \geq \omega_0$ – для второго случаев), обусловленную осциллирующей зависимостью $|\bar{E}|^2$ от ω. При этом значения $|\bar{E}(0, z, \omega)|^2$ в минимумах осцилляций равны нулю; период осцилляций увеличивается с удалением ω от ω_0; последняя осцилляция происходит при $\omega_0 - \omega \approx \Delta\omega$ для случая $dz_ф/dt < 0$ и при $\omega - \omega_0 \approx \Delta\omega$ для случая $dz_ф/dt > 0$, причем ширина спектра $\Delta\omega$ в обоих случаях определяется формулой

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{2}\,\frac{v_ф}{c}\,\Delta n_ф, \tag{8}$$

где $\Delta n_ф = \dfrac{1}{2}\, n_0 n_2 E_ф^2$ – приращение показателя преломления в точке максимальной плотности энергии в рассматриваемой фокальной области. Полное число m указанных осцилляций примерно равно $|a|/2$ и соответственно " средний период" осцилляций $\Delta\Omega = \Delta\omega/m$ определяется формулой [2]

$$\Delta\Omega \approx \frac{2}{\Delta t_x}. \tag{9}$$

Согласно (8) ширина спектра $\Delta\omega$ пропорциональна скорости движения фокальной области и поэтому в квазистационарных условиях (см. [1]) при неизменных значениях $E_ф^2$ эта ширина будет монотонно увеличиваться с увеличением расстояния от точки поворота данной области до рассматриваемого сече-

---

[1] При этом доля энергии, распределенная в антистоксовой области, занимает интервал частот, намного меньший ширины $\Delta\omega$ спектрального распределения в стоксовой области. Спектральная асимметрия такого вида наблюдается экспериментально (см., например [3]). В то же время отметим, что в модели филаментов для объяснения асимметрии спектра делаются дополнительные предположения и все же асимметрия указанного вида в этой модели не находит объяснения [3, 4].

[2] Таким образом, структура спектра (наблюдающаяся экспериментально [2, 3]) получает объяснение в данной теории без дополнительных предположений. В то же время в модели филаментов для объяснения этой структуры делается предположение о существовании так называемой самомодуляции (или возникновения пикосекундных импульсов) [3, 4], природа которой однако остается неизвестной и, в свою очередь, требует объяснения [3, 5].

ния z[1]). При $\frac{v_ф}{c} \sim 1$ (см. [12]), $\Delta n_ф \sim 0{,}1$ (см. [14]) и частоте ω_0 рубинового лазера ширина спектра $\Delta\omega$ составляет величину порядка 700 $см^{-1}$.

5. Рассмотрим теперь кратко случай, когда кривая $|E(0, z)|^2$ существенно асимметрична относительно точки $z = z_ф$, так что характерный интервал $\Delta z_x^{(-)}$ ее изменения по z при $z < z_ф$ намного больше соответствующего характерного интервала $\Delta z_x^{(+)}$ при $z > z_ф$. При этом для b_0 положим

$b_0(z) = \frac{n_2}{4}|E(0, z)|^2$ (ср. (3)). Тогда все описанные выше особенности спектрального распределения интенсивности $|\bar{E}(0, z, \omega)|^2$ сохраняются и для этого случая. При этом ширина спектра $\Delta\omega$ определяется формулой (8), а для среднего периода осцилляций $\Delta\Omega$ вместо формулы (9) будет справедливо соотношение $\Delta\Omega \sim 1/\Delta t_x^{(-)}$, где $\Delta t_x^{(-)} = \Delta z_x^{(-)}/v_ф$. В частности, если основным фактором, ограничивающим плотность энергии в фокальной области, является конечное время τ установления эффекта Керра (см. [1]), то тогда $\Delta t_x \sim \tau$ и $\Delta\Omega \sim 1/\tau$.

В заключение заметим, что если функция $b_0(z)$ в данной фокальной области принимает как положительные, так и отрицательные значения (последнее возможно благодаря конкуренции двух слагаемых в формуле (2)), то существенное уширение спектра, обусловленное движением этой фокальной области, может наблюдаться по обе стороны частоты ω_0.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7 октября 1970 г.

Литература

[1] В.Н.Луговой, А.М.Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 7, 153, 1968.

[2] F.Shimizu. Phys. Rev. Lett., 19, 1097, 1967.

[3] A.C.Cheung, D.M.Rank, R.Y.Chiao, C.H.Townes. Phys. Rev. Lett., 20, 786, 1968.

[4] T.K.Gustafson, J.P.Taran, H.A.Haus, J.R.Lifsitz, P.L.Kelley. Phys. Rev., 177, 306, 1969.

[5] K.Shimoda. J. Appl. Phys. Japan, 8, 1499, 1969.

[6] Н.Г.Бондаренко, И.В.Еремина, В.И.Таланов. Письма в ЖЭТФ, 12, 125, 1970.

[7] В.Н.Луговой. ДАН СССР, 176, 58, 1967.

[8] А.Л.Дышко, В.Н.Луговой, А.М.Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 6, 655, 1967.

[9] M.T.Loy, Y.R.Shen. Phys. Rev. Lett., 22, 994, 1969.

[10] В.В.Коробкин, А.М.Прохоров, Р.В.Серов, М.Я.Щелев. Письма в ЖЭТФ, 11, 153, 1970.

---

[1]) Наши результаты не совпадают с теоретическими выводами работы [13], где было сделано допущение, что ширина спектра $\Delta\omega$, обусловленная движущейся фокальной областью, имеет максимум для расстояния от точки поворота до выходной плоскости среды, примерно равного продольному размеру фокальной области.

[11] Н.И.Липатов, А.А.Маненков, А.М.Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 11, 444, 1970.
[12] А.А.Абрамов, Е.Н.Луговой, А.М.Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 9, 675, 1969.
[13] M.M.Denariez-Roberge J.P.Taran. Appl. Phys. Lett., 14, 205, 1969.
[14] R.G.Brewer, C.H.Townes. Phys. Rev. Lett., 18, 196, 1967.