Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 489 – 492 *20 ноября 1970 г.*

ВСПЛЕСКИ РЕЛЕЕВСКОГО ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В МЕТАЛЛАХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.М.Гришин, О.И.Любимов

Поверхностные звуковые волны Релея в твердых телах представляют собой суперпозицию поперечных и продольных объемных звуковых колебаний. Обычно эти колебания локализованы в тонком слое вблизи поверхности образца (см., например, [1]). Однако, в чистых металлах при низких температурах, во внешнем магнитном поле картина проникновения звукового поля в металл может существенно отличаться от ситуации нормального "скин-эффекта. В настоящей работе теоретически исследована возможность существования резких всплесков поля на расстояниях, значительно бо́льших, чем глубина проникновения звука в отсутствие магнитного поля.

1. Мы будем рассматривать модель металла, изотропного в акустическом отношении. Постоянное и однородное магнитное поле $\mathbf{H}$ параллельно его поверхности, ось Oz направлена вдоль вектора $\mathbf{H}$, а ось Ox – вдоль внутренней нормали к границе раздела. Уравнения теории упругости имеют вид

$$\ddot{\mathbf{u}} = s_t^2 \Delta \mathbf{u} + (s_\ell^2 - s_t^2) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} f, \qquad (1)$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ – вектор смещения, ρ – плотность металла, s_ℓ и s_t – скорость продольного и поперечного звука, f – электронная сила. Согласно [2], сила f выражается через электронную функцию распределения F и тензор деформационного потенциала $\Lambda_{\alpha\beta}$ следующим образом

$$f_\alpha = \frac{\partial}{\partial x_\beta} \int d\tau_p \Lambda_{\alpha\beta} F(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t); \qquad d\tau_p = \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}.$$

Мы ограничились здесь прямым деформационным взаимодействием электронов со звуком и пренебрегли возникающими электрическими полями, имея в дальнейшем в виду случай сильной пространственной дисперсии, когда $\kappa_\ell D >> 1$ (D – диаметр электронной траектории, $\kappa_\ell^{-1} = (k^2 - \omega^2/s_\ell^2)^{-1/2}$ – глубина проникновения релеевской волны в металл, ω – частота звука, $\mathbf{k}$ – плоский вектор волны с компонентами k_y и k_z).

Взаимодействие звуковых волн с электронами проводимости приводит к перенормировке упругих объемных модулей. Особенно легко она может быть вычислена в модели Фрелиха, когда тензор $\Lambda_{\alpha\beta}$ является изотропным. Эта модель не учитывает влияние электронов на распространение поперечного звука и приводит к изменению скорости продольной моды. Претендуя лишь на качественное описание эффекта, мы пренебрежем вкладом в объемную перенормировку модулей электронов, сталкивающихся с поверхностью, и используем функцию распределения электронов в безграничном металле. Тогда перенормированное значение продольной скорости может быть записано следующим образом

$$s_\ell^2 = s_\ell^2(1 - \Delta).$$

$$\Delta = \frac{\zeta}{2} \left[1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\, D\right) \frac{\omega}{\omega - n\Omega + i\nu} \right], \qquad (2)$$

$\zeta = (\Lambda/\epsilon_F)^2$ – безразмерный параметр электрон-фононного взаимодействия, $\nu = 1/\tau$ – частота столкновений, Ω – циклотронная частота, $J_n(z)$ – функция Бесселя. Формула (2) получена для модели металла, у которого поверхность Ферми представляет собой круговой цилиндр с осью по $\mathbf{H}$. Электронную силу f можно теперь исключить из уравнений (1), считая скорости звука перенормированными.

2. Для решения граничной задачи уравнения (1) следует дополнить условиями на свободной границе раздела $x = 0$

$$u_{xy} = u_{xz} = 0; \qquad u_{xx} + (u_{yy} + u_{zz}) \frac{s_\ell^2 - 2s_t^2}{s_\ell^2} = 0.$$

Здесь $u_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\partial u_\alpha/\partial x_\beta + \partial u_\beta/\partial x_\alpha)$ – тензор деформаций. Решение в виде $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}(x)\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$ для плоских компонент продольной звуковой моды, удовлетворяющее уравнениям (1) с граничными условиями, дается формулой

$$u_\alpha(x) = u_\alpha(0)\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{dy\cos(\kappa_\ell x y)}{y^2 + 1 + \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} G_n J_n^2\left(\frac{1}{2}\kappa_\ell D\sqrt{y^2+\mu^2}\right)} . \qquad (3)$$

Здесь $u_\alpha(0)$ – амплитуды невозмущенного решения, $\mu = k_y/\kappa_\ell$,

$$G_n = \zeta\frac{\omega^2}{(\kappa_\ell s_\ell)^2}\frac{\omega}{\omega - n\Omega + i\nu} .$$

3. В условиях акустического циклотронного резонанса $\omega \sim n\Omega >> \nu$, когда $G_n \sim \omega\tau >> 1$, и сильной пространственной дисперсии $\kappa_\ell D >> 1$ распределение поля в металле в случае продольной поляризации звуковой волны ($k_y = 0$) имеет вид

$$u_z(x) = u_z(0)\frac{2\sqrt{2}}{G_n^{1/2}\kappa_\ell D}\sum_{m=m_n}^{\infty} y_m^{1/2}\cos\left(y_m\frac{x}{D}\right)\exp\left[-\frac{x}{D}\left(\frac{2y_m}{G_n}\right)^{1/2}\right], \qquad (4)$$

где $m_n = [1 + (-1)^n]/2$, $y_m = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{2} + 2\pi m$ – суть нули асимптотики функции Бесселя. В сумме по m существенны $m \sim \omega\tau(D/x)^2$. При достаточно больших $\omega\tau$ для первых номеров всплесков сумму можно заменить интегралом по m. Тогда амплитуда всплесков в максимуме определится так

$$u_z(rD) = u_z(0)\,8\sqrt{2}\,\frac{G_n}{\kappa_\ell D}\,\frac{\cos\frac{\pi}{2}r}{r^3} . \qquad (5)$$

Отсюда видно, что высота всплесков падает как r^{-3}, причем знаки соседних максимумов чередуются. Поле в максимуме r-го всплеска в $\omega\tau/r^2$ раз превышает поле между ними и слабо затухает в глубь металла на расстояниях больших, чем κ_ℓ^{-1}.

Из формулы (4) легко заключить, что всплески поля на глубине, кратной диаметру электронной траектории, имеют вид пакета, сформированного из волн $\cos(y_m\frac{x}{D})$. Эти волны представляют собой слабо затухающие в глубь металла звуковые колебания. Подтверждением тому является наличие полюсов подинтегрального выражения (3) вблизи нулей ($y = y_m/\kappa_\ell D$) матричных элементов электрон-фононного взаимодействия. Это явление аналогично, по сути, аномальному проникновению в металл электромагнитного поля [3, 4].

Если $k_y \neq 0$, то всплески поля формируются набором неэквидистантных серий $\cos\frac{x}{D}\left[y_m - \frac{(k_y D)^2}{2y_m}\right]$. Такой волновой пакет расплывается уже для первых всплесков. Критерий устойчивости r-го всплеска следует из требования малости набега фазы $\frac{x}{D}\frac{(k_y D)^2}{2y_m}$ по сравнению с π для каждой гармоники:

$$(k_y D)^2 << \frac{\omega\tau}{r^3} .$$

Появление дисперсии с $k_y \neq 0$ связано с нелинейностью закона дисперсии слабо затухающих электронных волн.

4. В случае низких звуковых частот $|\nu - i\omega| << \Omega$ в сумме по n следует удержать лишь слагаемое с $n = 0$. В предположении $\kappa_\ell D >> 1$ это приводит к следующему результату

$$u_z(x) = u_z(0)\left[e^{-\kappa_\ell x}\left(1 - \frac{G_0}{2\pi}\frac{x}{D}\right) - e^{-\kappa_\ell |x-D|} G_0 \frac{\kappa_\ell |x-D| + 2}{4\pi\kappa_\ell D} + \ldots\right], \quad k_y = 0. \quad (6)$$

Амплитуда r-го всплеска равна $(G_0/\kappa_\ell D)^r \sim (\kappa_\ell D)^{-r}$, поле быстро затухает вглубь металла. Образование малых всплесков в этом случае представляет собой размерный эффект. При появлении $k_y \neq 0$ амплитуда всплесков поля экспоненциально уменьшается как $\exp[-\kappa_\ell D\mu^2/2]$.

Предсказанный выше эффект можно наблюдать экспериментально в условиях акустического циклотронного резонанса с поверхностными гиперзвуковыми волнами ($\omega \sim 10^{10} + 10^{11}$ *сек*$^{-1}$) в чистых монокристаллах металлов при низких температурах.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Э.А.Канера за стимулирующую критику и полезные обсуждения.

Институт радиофизики
и электроники
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
12 октября 1970 г.

Литература

[1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория упругости. М., Изд. наука, 1965, § 24.
[2] Е.Г.Скобов, Э.А.Канер. ЖЭТФ, 46, 273, 1964.
[3] М.Я.Азбель. ЖЭТФ, 39, 400, 1960.
[4] Э.А.Канер. ЖЭТФ, 44, 1036, 1963.