

## СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА И ФОНОНА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И.Б. Левинзон

В настоящей работе указывается на существование связанных состояний электрона, находящегося в квантующем магнитном поле  $H$  на нижнем уровне Ландау  $\ell = 0$ , и оптического фонона. При этом предполагается: 1) электроны взаимодействуют только с оптическими фононами; это взаимодействие является слабым (константа связи  $\alpha \ll 1$ ) и осуществляется деформационным потенциалом (матричный элемент не зависит от импульса фонона  $q$ ); фононы не имеют дис-

персии  $\omega(q) = \omega_0$ . 2) Магнитное поле сильное, то есть  $\omega_c = \frac{eH}{mc} \gg \omega_0$ , но эффективная константа связи в магнитном поле  $\bar{\alpha} = \alpha \frac{\omega_c}{\omega_0} \ll 1$ . 3) Темпера-

тура  $T = 0$  и концентрация электронов  $N = 0$ ; физически это означает, что температура столь низка, чтобы можно было пренебречь поглощением фононов, пропорциональным  $\exp(-\omega_0/T)$ , а концентрация электронов столь мала, чтобы электронный газ можно было считать невырожденным, и не учитывать изменение фононного спектра. 4) Изучаются элементарные возбуждения с продольной (вдоль  $H$ ) компонентой  $p \ll p_c = (2\pi\omega_c)^{1/2}$ .

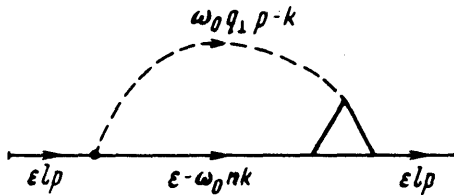


Рис. 1а

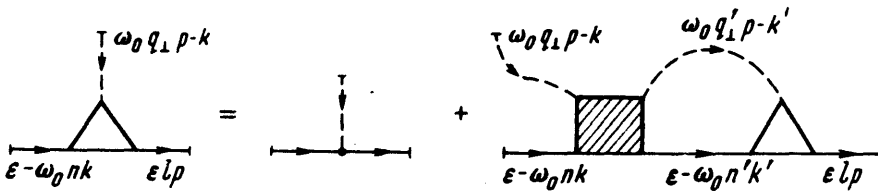


Рис. 1б

Связанные состояния находятся как ветви электронного спектра из уравнения

$$\epsilon - \frac{p^2}{2\pi} - M(\epsilon p) = 0, \tag{1}$$

где  $M$  — массовый оператор электрона. Из физических соображений ясно, что ветви, которые могут быть интерпретированы как связанные состояния, должны,

по крайней мере при  $p = 0$ , лежать ниже порога,  $\epsilon < \omega_0$ , и вблизи него,  $\epsilon \approx \omega_0$ , (энергия отсчитывается от дна зоны Ландау  $\ell = 0$ ). Известно [1], что в этой области теория возмущений для массового оператора расходится, что связано с сингулярностью плотности состояний в магнитном поле. Спектр вблизи порога может быть исследован методом развитым нами совместно с Матулисом и Шербакковым [2]. При этом мы исходим из уравнений для массового оператора  $M$  (рис. 1, а) и вершинной части  $\Gamma$  (рис. 1, б). На пунктирных линиях, изображающих гринавскую функцию фонона  $D$ , указаны отдельно поперечный и продольный импульсы фонона. Сплошная линия изображает гринавскую функцию электрона  $G$  в представлении Ландау. Заштрихованный четырехугольник есть неприводимая вершина  $\Delta$ .

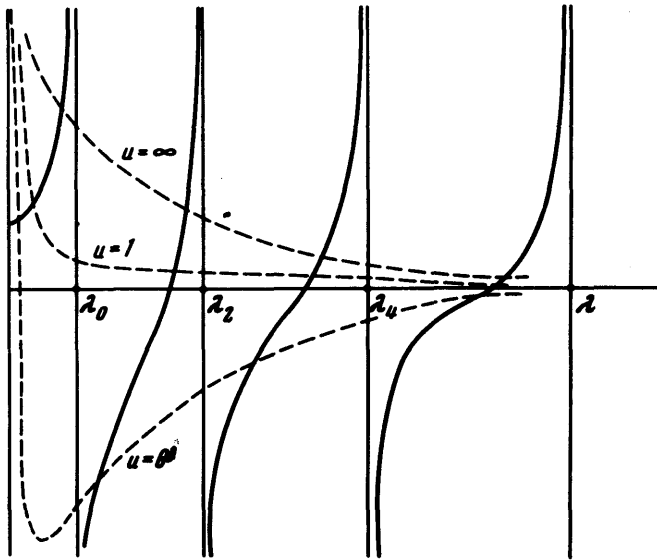


Рис. 2

В интересующем нас случае  $\ell = 0$  и  $\epsilon \approx \omega_0$  в низшем порядке по  $\alpha$  в уравнении для  $\Gamma$  могут быть сделаны следующие упрощения.  $G$  и  $\Delta$  допускают разложение по  $\alpha$  и поэтому заменяются на простейшие. В сумме по  $n'$  только член с  $n' = 0$  имеет при интегрировании по  $k'$  полюс с большим вычетом, пропорциональным  $(\epsilon - \omega_0)^{-1/2}$ ; поэтому члены с  $n' \neq 0$  могут быть опущены. Множители  $C$ ,  $\Delta$  и  $\Gamma$  могут быть вынесены из под интеграла по  $k'$  в точке  $k' = 0$ . Полагая еще  $n = 0$  и  $k = 0$ , мы получаем для  $\Gamma$  с  $n = \ell = 0$  и  $k = 0$  интегральное уравнение по  $q_1$  с  $\epsilon$  и  $p$  в качестве параметров. Если такие же упрощения сделать в уравнении для  $M$ , то окажется, что именно такая вершина нужна для вычисления  $M$ . После перехода к безразмерным переменным

$$w = \frac{\epsilon - \omega_0}{\omega_0}, \quad u^2 = \frac{p^2}{2m\omega_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2, \quad t = \left(\frac{q_1}{p_c}\right)^2, \quad (2)$$

$M$  примет вид

$$M = \tilde{M}\tilde{\Gamma}, \quad (3)$$

где

$$\tilde{M} = -i\omega_0 \bar{\alpha} w^{-1/2}, \quad \bar{\Gamma} = \int_0^{\infty} dt e^{-\frac{1}{2}t} \Gamma(t), \quad (4)$$

Уравнение для  $\Gamma$  будет

$$\Gamma(t) = e^{-\frac{1}{2}t} + \lambda \int_0^{\infty} dt' e^{-\frac{1}{2}(t+t')} J_0(2\sqrt{tt'}) \Gamma(t'), \quad (5)$$

где  $J_0$  функция Бесселя и

$$\lambda = -i\bar{\alpha}(1+u^2)^{-1} w^{-\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Б (4) и (6)  $w^{-\frac{1}{2}}$  определено в плоскости  $w$  с разрезом  $\text{Re } w > 0$ .

Фредгольмово уравнение для  $\Gamma$  решается сначала в виде ряда Неймана по степеням  $\lambda$  и затем аналитически продолжается на всю плоскость  $\lambda$ . В результате находим

$$\bar{\Gamma}(\lambda) = \frac{3\rho - 1}{\rho^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{-\lambda_k^{-1}}{\lambda - \lambda_k}, \quad \lambda_k = (-1)^k \rho^{-(2k+1)}, \quad (7)$$

$$\rho = \frac{1}{2} (\sqrt{5} - 1).$$

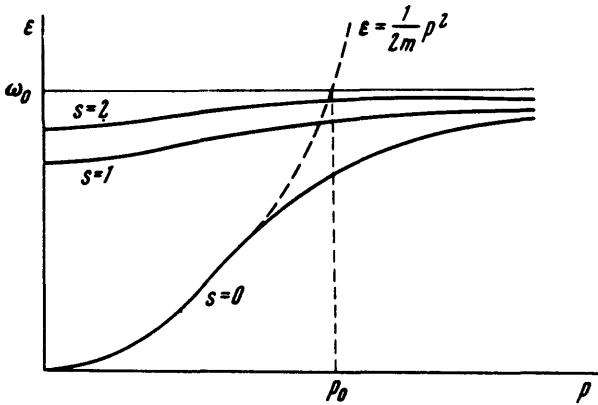


Рис. 3

Уравнение (1) после использования (3) и перехода к переменным (2) примет вид

$$\bar{\Gamma}(\lambda) = -\frac{1-u^2}{1+u^2} \frac{1}{\lambda} + \frac{\bar{\alpha}^2}{(1+u^2)^3} \frac{1}{\lambda^3} \equiv f(\lambda). \quad (8)$$

Если интересоваться истинным спектром без затухания, который лежит ниже порога,  $w < 0$ , то  $\lambda > 0$ . Графическое решение уравнения (8) при  $\lambda > 0$  показано на рис. 2, где изображены  $\bar{\Gamma}(\lambda)$  (сплошная) и  $f(\lambda)$  (пунктир) при

$u = 0, 1, \infty$ . Каждый корень (8)  $\lambda_s^*(u)$ ,  $s = 0, 1, 2, \dots$  определяет ветвь спектра (рис. 3)

$$w_s(u) = -\bar{a}^2 \lambda_s^*(u)^{-2} (1 + u^2)^{-2}. \quad (9)$$

Уравнение (8) имеет два типа корней. Корни с  $s = 1, 2, \dots$ , возникшие при пересечении кривой  $f$  с "тангенсоидными" ветвями  $\bar{\Gamma}$  слабо зависят от  $u$  и ограничены при изменении  $u$  от 0 до  $\infty$  сверху и снизу двумя полюсами одного порядка величины. При  $s \approx 1$  имеем  $\lambda_s^* \approx 1$  и с ростом  $s$  корни  $\lambda_s^*$  растут экспоненциально. Эти корни определяют ветви спектра, лежащие ниже порога и вблизи него в интервале  $\Delta w \approx \bar{a}^2$ ; они описывают, по крайней мере при  $p = 0$ , связанные состояния электрона и фонона. Энергия связи убывает как  $p^{-4}$  с ростом импульса и экспоненциально с ростом номера ветви. Особый корень  $\lambda_0^*$  уравнения (8) возникает при пересечении кривой  $f$  с первой ветвью  $\bar{\Gamma}$ . Величина  $\lambda_0^*$  существенно зависит от  $u$ . При  $u < 1$  имеем  $\lambda_0^* \approx \bar{a}$ . При этом ветвь  $w_0(u)$  соответствует невозмущенному спектру свободного электрона. При  $u = 1$  имеем  $\lambda_0^* \approx \bar{a}^{2/3}$ ; это дает  $|w_0| \approx \bar{a}^{2/3}$ , то есть ветвь  $w_0(u)$  еще заметно отдалена от ветвей описывающих связанные состояния. При  $u > 1$  имеем  $\lambda_0^* \approx 1$ , то есть ветвь  $w_0(u)$  уже попадает в ту же область энергий, что и другие ветви. Очевидно, что в этой области импульсов разделение ветвей на спектр собственно электрона и спектр связанных состояний электрона с фононом не имеет четкого смысла.

Автор выражает благодарность Б.И.Мацаеву за обсуждение ряда математических вопросов и Э.И.Рашба за плодотворные дискуссии.

Институт теоретической физики  
им. Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
16 октября 1970 г.

### Литература

- [1] Л.И.Коровин, С.Т.Павлов, ЖЭТФ, 53, 1708, 1967.  
[2] И.Б.Левинсон, А.Ю.Матулис, Л.М.Щербакон, ЖЭТФ, 60, вып. 3, 1971.