

ОБ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ТОРОИДАЛЬНОМ ПЛАЗМЕННОМ ВИТКЕ

Л.А.Арцимович

Изучение поведения плазмы в установках Токамак указывает на то, что плазменный виток обладает аномально высокой теплопроводностью. Тепловой поток из плазмы в таких системах более чем на порядок превышает величину, которую дают оценки, основанные на неклассической теории предложенной Сагдеевым и Галеевым [1] и развитой далее в работах [2, 3]. Тепловые потери плазменного витка не связаны с усиленной диффузией, так как среднее время удержания частиц в плазме во много раз превосходит время сохранения тепловой энергии [4]. Измерение энергии, уносимой из плазмы электромагнитным излучением и быстрыми нейтральными частицами, показывает, что эти два фактора не играют значительной роли в энергетическом балансе плазмы. Энергетический баланс ионной компоненты плазмы хорошо объясняется на основе предположения о классическом характере теплообмена между электронами и ионами и классическом механизме ионной теплопроводности [5]. Уход энергии из плазмы по ионному каналу оказывается при этом относительно малым. Поэтому мы естественно приходим к выводу о том, что потери тепловой энергии в плазменном витке происходят главным образом, благодаря аномальной электронной теплопроводности. Это относится к обычным условиям опытов на

установках Токамак, при которых плазма макроскопически устойчива и основные физические параметры лежат в следующих пределах: средняя электронная концентрация \bar{n}_e от $1 \cdot 10^{13}$ до $3 \cdot 10^{13}$, средняя плотность тока в плазме от 50 до 200 а/см² и напряженность продольного магнитного поля от 20 до 40 кэ.

Коэффициент аномальной теплопроводности можно оценить двумя различными способами: 1) на основании измерения зависимости тепловой энергии от силы тока, 2) на основании измерения профиля электронной температуры T_e (т. е. зависимости T_e от r , где r — расстояние от данной точки в плазменном витке до кольцевой магнитной оси). Измерения запаса тепловой энергии в плазме в широком интервале изменения физических параметров были выполнены на установке Токамак-3а. На этой же установке с помощью томсоновского рассеяния лазерного луча было впервые изучено распределение T_e по сечению плазменного витка [6].

Из экспериментальных данных следует, что в той фазе процесса, когда тепловой режим в плазме установился, запас тепловой энергии на единицу длины плазменного витка W связан с силой тока в плазме I соотношением: $W = \gamma I^2$, где $\gamma = 0,35 \pm 0,07$ (W измеряется в эргах, а I — в CGSM ед). Для этой фазы процесса уравнение энергетического баланса имеет вид:

$$W/r_E = I^2/\pi\sigma^2\bar{\sigma}, \quad (1)$$

где σ — радиус поперечного сечения плазменного витка, $\bar{\sigma}$ — средняя по сечению электропроводность плазмы и r_E — среднее время сохранения энергии в плазме. Принимая во внимание связь между W и I мы находим для r_E следующее выражение:

$$r_E = 0,35\pi\sigma^2\bar{\sigma}. \quad (2)$$

Таким образом время сохранения энергии в плазме пропорционально характерному времени скин-эффекта для плазменного витка. Отношение r_E/r_{skin} при установившемся тепловом режиме мало изменяется при изменении I , T_e и \bar{n}_e . Используя (2) можно попытаться найти зависимость скорости теплопередачи в плазме от основных физических параметров. Мы проведем такой анализ на грубо качественном уровне. Пусть $\bar{\eta}$ обозначает среднюю величину коэффициента температуропроводности. При установившемся тепловом режиме $r_E \approx \sigma^2/6\bar{\eta}$. Из этого соотношения и (2) следует

$$\bar{\eta} \approx \frac{1}{6} \frac{1}{\bar{\sigma}}. \quad (3)$$

Электропроводность плазмы определяется формулой

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{n}_e e^2}{m_e c^2 \bar{\nu}}, \quad (4)$$

где $\bar{\nu}$ — обобщенная частота столкновений электронов с ионами и плазменными волнами. Следовательно:

$$\bar{\eta} \approx \frac{1}{6} \frac{m_e c^2 \bar{\nu}}{\bar{n}_e e^2}. \quad (5)$$

Установленная экспериментально связь между W и I может быть записана также в следующем виде

$$\bar{n}_e k \bar{T}_e (1 + \alpha) \approx 1,8 \cdot 10^{-2} \bar{H}_\phi^2. \quad (6)$$

Здесь \bar{T}_e — средняя электронная температура в расчете на один электрон плазмы и \bar{H}_ϕ^2 — средняя по сечению плазмы величина квадрата напряженности магнитного поля тока, вычисленная по стандартному профилю температуры (в предположении, что плотность тока распределена пропорционально $T_e^{3/2}$. В этом случае $\bar{H}_\phi^2 \approx H_\phi^2(\alpha)$). Величина α обозначает отношение средних значений ионной и электронной температур. Подставляя в (5) выражение для \bar{n}_e из (6) получим, при $\alpha \ll 1$:

$$\bar{\eta} = 5 \bar{\nu} \bar{\rho}_{\phi e}^2, \quad (7)$$

где $\bar{\rho}_{\phi e}^2 = \frac{2m_e k \bar{T}_e c^2}{e^2 \bar{H}_\phi^2}$ — усредненное значение квадрата ларморовского радиуса электрона в поле H_ϕ . Если внести поправку на ионную температуру, то численный коэффициент в формуле (7) возрастет до 6–7.

Естественно предположить, что локальное значение η будет выражаться такой же формулой с заменой $\bar{\nu}$ и $\bar{\rho}_{\phi e}^2$ величинами $\nu(r)$ и $\rho_{\phi e}^2(r)$. Очевидно, однако, что при крайне грубых оценках и произвольных усреднениях, которые были сделаны выше, можно приобрести или потерять численный коэффициент порядка двойки. Поэтому мы запишем локальное значение η в виде $\eta = \xi \nu \rho_{\phi e}^2$ и попытаемся определить численный коэффициент ξ другим путем, используя данные о профиле функции $T_e(r)$. Уравнение теплопроводности для установившегося режима имеет следующий вид (при $a/R \ll 1$)

$$\frac{d}{dr} \left(r \kappa \frac{dT_e}{dr} \right) = -qr, \quad (8)$$

где $\kappa = \frac{3}{2} n_e k \eta = 3n_e k \xi \nu \frac{m_e k T_e c^2}{e^2 H_\phi^2}$, $q = \frac{j^2}{\sigma} = j^2 \frac{m_e \nu c^2}{n_e e^2}$,

j — плотность тока. При этом предполагается, что в тепловом балансе электронной компоненты можно пренебречь диффузией и излучением, а также передачей энергии от электронов к ионам.

Заметим прежде всего, что принятая зависимость η от H_ϕ дает правильное описание функции $T_e(r)$ в "горячей зоне" плазменного витка, где эта функция согласно экспериментальным данным имеет "плоскую вершину". Действительно, поскольку при $r/a \ll 1$ величина H_ϕ^2 пропорциональна r^2 , то $\frac{dT_e}{dr} \sim r^3$

и, следовательно зависимость электронной температуры от r в приосевой зоне плазмы имеет вид $T_e = T_e(0) (1 - \mu r^4 + \dots)$ — в согласии с результатами

опытов, которые хорошо аппроксимируются формулой $T_e = T_e(0) \left(1 - \frac{r^4}{a^4}\right)^{1/2}$.

Сравнивая оба выражения мы находим, что $\mu = 2\alpha^{-4}$. Связь между μ и ξ можно найти подставляя в уравнение теплопроводности выражения для k и q и решая это уравнение в области малых значений.

При этом мы получаем:

$$T_e = T_e(0) \left(1 - \frac{\pi^2}{6\xi} \frac{j_0^4 r^4}{n_e^2(0) k^2 T_e^2(0)}\right). \quad (9)$$

При сделанном выше предположении о распределении плотности тока по сечению плазменного витка величина j_0 (плотность тока на осевой линии) равна $\approx 2,2 (I/\pi a^2)$. Следовательно

$$\mu \approx \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{\xi} \frac{I^4}{n_e^2(0) k^2 T_e^2(0) a^8}. \quad (10)$$

Измерения электронной температуры и плотности на осевой линии показывают, что имеет место соотношение $\pi a^2 n_e(0) k T_e(0) \approx 0,45 I^2$. Поэтому $\mu \approx (20/\xi) \alpha^{-4}$. Таким образом мы находим, что $\xi \approx 10$ и следовательно

$$\eta \approx 10 \nu \rho^2 \phi_e. \quad (11)$$

Точность этой формулы зависит от того, насколько правильно эмпирическая формула для $T_e(r)$ аппроксимирует истинный профиль электронной температуры. Заметим также, что вывод соотношения между μ и ξ включает специальное предположение о зависимости плотности тока от $T_e(r)$.

Основной результат проведенных выше оценок можно сформулировать следующим образом. На основе анализа данных об энергетическом балансе электронной компоненты плазмы и распределении электронной температуры мы приходим к выражению для коэффициента теплопроводности, который внешне напоминает хорошо известную классическую формулу. Различие между ними состоит в том, что вместо напряженности результирующего магнитного поля $\approx H_\theta^2$ здесь появляется величина H_θ^2 , а вместо частоты кулоновских столкновений — "обобщенная" частота ν , определяемая из измерений электропроводности. Кроме того присутствует коэффициент $\eta \approx 10$ увеличивающий тепловые потери еще на один порядок величины. Возможно, впрочем, что этот коэффициент не является универсальным, а зависит от геометрических параметров плазменного витка (от отношения a/R).

Поступила в редакцию
24 декабря 1970 г.

1) Как указывают авторы измерений лазерного рассеяния.

Литература

- [1] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев. ЖЭТФ, 53, 348, 1967.
 - [2] Л.М.Коврижных, ЖЭТФ, 56, 877, 1969.
 - [3] А.А.Галеев. ЖЭТФ, 59, 1378, 1970.
 - [4] Л.А.Арцимович, Е.П.Горбунов, М.П.Петров. Письма в ЖЭТФ, 12, 89, 1970.
 - [5] Л.А.Арцимович, А.В.Глухов, М.П.Петров. Письма в ЖЭТФ, 11, 449, 1970.
 - [6] N.I.Peacock, D.C.Robinson, M.I.Forrest, P.G.Wilcock, V.V.Sannikov, Nature, 224, 488, 1969.
-