Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 176 – 179 5 февраля 1971 г.

ОБ УЧЕТЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ РАССЕЯНИИ БЫСТРОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА ЯДРЕ

Л.А.Кондратюк, В.Б.Копелиович

1. В настоящей работе на основе предположения, что формула Глаубера для амплитуды рассеяния [1] имеет место при учете только сильного взаимодействия π-мезона с нуклонами ядра A, доказывается, что для учета кулоновского взаимодействия π-мезона с протонами достаточно сделать замену $\delta^p(\vec{\rho}) \to \delta^p(\vec{\rho}) + \delta^c(\vec{\rho})$, где $\delta^p(\vec{\rho})$ и $\delta^c(\vec{\rho})$ соответственно ядерная и кулоновская фазы рассеяния π-мезона на свободном протоне, $\vec{\rho}$ – прицельный параметр. Т.е. амплитуда πA-рассеяния с учетом кулоновских поправок имеет такой вид

$$F_A(s, \vec{\Delta}) = \frac{ik}{2\pi}\int e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}\phi_f^*(r_1, ..., r_A)(1 - \Gamma(\vec{\rho}, s_1, ..., s_A))\times$$

$$\times \phi_i(r_1, ..., r_A) d^2\rho\, d^3r_1 ... d^3r_A, \qquad (1)$$

где $\vec{\Delta}$ – переданный импульс, k – импульс π-мезона в лаб. системе, $\sqrt{s}$ – энергия,

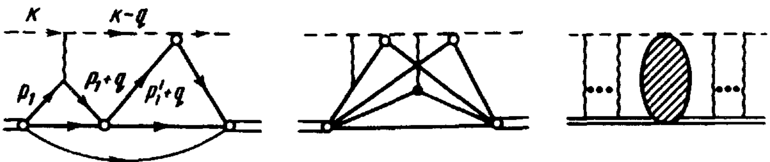
$$\Gamma(\vec{\rho}, s_1, ..., s_A) = 1 - e^{2i\delta(\vec{\rho},\ s_1 ... s_A)},$$

$$\delta(\vec{\rho}, s_1, ..., s_A) = \sum_{l=1}^{z}(\delta^p(\vec{\rho} - s_l) + \delta^c(\vec{\rho} - s_l)) + \sum_{l=z+1}^{A}\delta^n(\vec{\rho} - s_l), \qquad (2)$$

$$\delta^c(\vec{\rho}) = -\frac{a}{2\pi}\int\frac{d^2q_\perp}{q_\perp^2 + \lambda^2}\exp(-i\vec{\rho}\, q_\perp) \qquad (3)$$

– кулоновская фаза рассеяния π-мезона на свободном протоне, λ – масса фотона. В импульсном приближении для $A = 2$ и в первом порядке по a, формула, аналогичная (1), была получена в работе [2].

Аддитивность ядерных и кулоновских фаз предполагалась в работах [3–4], в которых рассматривались кулоновские эффекты в рассеянии протонов на ядрах. Такая аддитивность действительно имеет место, если взаимодействие налетающей частицы с нуклонами ядра можно описать с помощью суперпозиции двух потенциалов: ядерного и кулоновского. При выводе формулы (1) мы, однако, не будем предполагать, что сильное взаимодействие при высоких энергиях можно описать с помощью понятия потенциала. С другой стороны, при учете кулоновского взаимодействия нельзя использовать непосредственное обобщение имеющихся способов вывода формулы Глаубера на основе диаграммного метода [5] или теории многократного рассеяния Ватсона [6], поскольку в силу дальнодействующего характера кулоновского потенциала вклад перерассеяния нуклонов в ядре между электромагнитным и сильным актами рассеяния налетающей частицы оказывается не малым [2].



а б в

2 В диаграмме, описывающей перерассеяние нуклонов между кулоновским и сильным актами рассеяния π-мезона (рис. *а*), интеграл по 4-импульсу виртуального фотона q сходится на малых q за счет одних пропагаторов (двух нуклонных, π-мезонного и фотонного). При этом основной вклад в интеграл дают такие q, при которых все знаменатели близки к нулю. Из условий $q^2 = 0$, $(k-q)^2 = m_\pi^2$, $(p_1+q)^2 = m_p^2$ с учетом того, что $p_{10} - m_p \sim \frac{p_1^2}{2m} \sim \epsilon$ (ϵ – энергия связи на один нуклон), следует, что в диаграммах с перерассеянием существенны такие q: $q_0 \sim \epsilon$, $q_z \sim q_0 / v_\pi \sim \epsilon$, $q_\perp \sim \frac{m_\pi}{k}\epsilon$ [2] (ось z направлена вдоль $\mathbf{k}$). Поэтому при интегрировании по $d^2 q_\perp$ мы будем различать область "мягких" фотонов $q_\perp^2 \leqslant q_{\perp,0}^2$ и область "жестких" фотонов $q_\perp^2 \geqslant q_{\perp,0}^2$, а $q_{\perp,0}$ выберем таким, что $\left(\frac{m_\pi}{k}\epsilon\right)^2 << q_{\perp,0}^2 << R^{-2}$, где R – радиус ядра. В соответствии с этим кулоновская фаза $\delta^c(\vec{\rho})$ (см. (3)) разобьется на два слагаемых $\delta^c(\vec{\rho}) = \delta_0^c(\vec{\rho}) + \delta_1^c(\vec{\rho})$, где $\delta_0^c(\vec{\rho})$ – определяет вклад "жесткого" фотона, а $\delta_1^c(\vec{\rho})$ – "мягкого".

Просуммируем теперь все диаграммы типа рис. *б*, учитывающие сильное взаимодействие и обмен только "жесткими" фотонами. При рассмотрении диаграмм такого типа можно воспользоваться известными способами вывода формуль Глаубера [5–6], поскольку перерассеяние нуклонов в этом случае несущественно. Для амплитуды $F_A^0(s, \vec{\Delta})$, учитывающей сильное взаимодействие и обмен "жесткими" фотонами мы при этом получим формулу (1), в которой вместо $\delta^c(\vec{\rho})$ войдет величина $\delta_0^c(\vec{\rho})$. Полную амплитуду, учитывающую также вклад "мягких" фотонов, представим в виде

$$F_A(s, \vec{\Delta}) = \sum_{m=0}^{\infty} F_A^m(s, \vec{\Delta}) + F_A^{soft}(s, \vec{\Delta}), \tag{4}$$

где $F_A^{soft}(s, \vec{\Delta})$ – описывает вклад одних только "мягких" фотонов, $F_A^m(s, \vec{\Delta})$ при $m \neq 0$ есть поправка к $F_A^0(s, \vec{\Delta})$ за счет обмена m "мягкими" фотонами. Вклад "мягких" фотонов с импульсами q_0, $q_z << k$, $q_\perp^2 << R^{-2}$ при $\vec{\Delta}^2 << s$ описывается полюсными графиками типа рис. *в* [7]. Используя непосредственное обобщение формулы (16) работы [7], получаем следующие выражения для F_A^{soft} и F_A^m: $F_A^{soft}(s, \vec{\Delta}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}(1 - e^{2i\delta_1^c(\vec{\rho})})d^2\rho$,

$$F_A^m(s, \vec{\Delta}) = \frac{1}{m!}\left(-\frac{iaz}{\pi}\right)^m \int \prod_{l=1}^{m} \frac{d^2\vec{q}_\perp^{\,l}\,\theta(q_{\perp,0}^2 - q_\perp^{l2})}{q_\perp^{l2} + \lambda^2} F_A^c(s, \vec{\Delta} - \sum_{l=1}^{m} q_\perp^l).$$

Если перейти теперь к ρ-представлению в формуле (4) и в F_A^m, то получим следующее выражение для полной "профилирующей функции" Γ

$$\Gamma(\vec{\rho}, s_1,..., s_A) = \Gamma^{soft} + \sum_m \Gamma^m = 1 - e^{2i\delta_1^c(\vec{\rho})} +$$

$$+ e^{2i\delta_1^c(\vec{\rho})}\left\{1 - \exp\left(\sum_{l=1}^{z}(\delta^p(\vec{\rho} - s_l) + \delta_0^c(\vec{\rho} - s_l)) + \sum_{l=z+1}^{A}\delta^n(\vec{\rho} - s_l)\right)\right\} \qquad (5)$$

Поскольку в силу условия $q_{\perp,0}R << 1$ фаза $\delta_1^c(\vec{\rho})$ практически не меняется при замене $\vec{\rho} \to \vec{\rho} - s_l$, мы убеждаемся, что представление (1) для амплитуды рассеяния действительно имеет место.

3. По-видимому, наибольший интерес представляет применение формулы (1) к вычислению разности дифференциальных и полных сечений рассеяния π^- и π^+-мезонов на ядрах с изоспином 0. В этом случае выпадают неопределенности, содержащиеся в членах нулевого порядка по a, которые в такие разности не дают вклад. Здесь мы рассмотрим разность полных сечений π^- и π^+, σ^-, $-\sigma^+$ в первом порядке по a. Вычисляя $\mathrm{Im}F_A(s, 0)$ и применяя оптическую теорему можно получить такое выражение для величины r

$$r = 2\frac{\sigma^- - \sigma^+}{\sigma^- + \sigma^+} = 2az\eta C_0^{-1}\left(C_1 \ln\frac{1}{R^2 t_{min}} + C_2 \ln\frac{1}{R_0^2 t_{min}} + C_3\right). \qquad (6)$$

Здесь $C_0 = \dfrac{\sigma_{\pi A}^{tot}}{2\pi R^2}$, $\eta\dfrac{(C_1 + C_0)}{C_0} = \dfrac{\mathrm{Re}F_A(s, 0)}{\mathrm{Im}F_A(s, 0)}$, $F_{\pi \pm p}(-\vec{\Delta}) = \dfrac{k\sigma_{\pi p}^{tot}}{4\pi}(i + \eta^\pm)e^{R_0^2 t}$,

$\eta = \dfrac{\eta^+ + \eta^-}{2}$, t_{min} – разрешение по переданному импульсу в эксперименте.

Отношение $C_2/C_1 \sim R_0^2/R^2 \sim 1/A^{2/3}$, т. е. мало при $A >> 1$. Если для оценки коэффициентов C_l воспользоваться теми же предположениями, которые делаются при анализе упругих сечений πA-рассеяния с помощью формулы Глаубера [3] (факторизация квадрата модуля ядерной волновой функции, определенный выбор одночастичной плотности), то получаются такие значения:

$C_1/C_0 = 0{,}72$ (для He^4), $0{,}73$ (C^{12}), $0{,}65$ (O^{16}), $0{,}52$ (Ca^{40});
$C_2/C_0 = 0{,}17$ (He^4), $0{,}03$ (C^{12}), $0{,}012$ (O^{16}), $< 0{,}005$ (Ca^{40}); $C_3/C_1 < 0{,}1$ для всех рассмотренных случаев. Для ядер He^4, C^{12}, O^{16} мы выбирали одночастичную плотность в виде $\rho(r) = (\pi R)^{-3/2}\exp(-r^2/R^2)$, где $R = 1{,}3$ ф (He^4), $1{,}6$ ф (C^{12}), $1{,}7$ ф (O^{16}), для Ca^{40} мы использовали модель ядра с резкой границей $R = 1{,}2 \cdot A^{1/3}$ ф. Кроме того, мы полагали $\eta^+ = \eta^- = -0{,}2$, $R_0^{-2} = 0{,}2\ (Гэв/c)^2$, выбирая энергию π-мезона в районе 5 *Гэв*. Следует отметить что отношение C_1/C_0, которое в основном определяет величину r, слабо зависит от модели для рассмотренных случаев. Так, в модели ядра с резкой границей получаем $C_1/C_0 \approx 0{,}65$ для C^{12} и O^{16}.

Основные неопределенности в формулах (1) и (6) возникают от: а) пренебрежения вкладом неупругостей в промежуточных состояниях, который может стать существенным при $k > m_\rho^2 R$ [8]; б) неасимптотических членов, связанных с погрешностью, вносимой при замене пропагаторов частиц на δ-функции (см. 2) (относительный вклад этих членов в $r \sim (R k\eta)^{-1}$); в) неопределенностей в радиационных поправках к πN-амплитуде ($\sim R_0^2/R^2$); г) кулоновских поправок к волновой функции ядра ($\sim(\eta^- - \eta^+)/2\eta$). Если экспериментальное разрешение таково, что $R^2 t_{min} << 1$, то относительный вклад погрешностей в r ослабляется в $\left(\ln \dfrac{1}{R^2 t_{min}}\right)$ раз.

Авторы благодарны Л.Б.Окуню, И.С.Шапиро за интерес к работе и полезные обсуждения, а также К.Г.Борескову, Б.В.Гешкенбейну и В.М.Колыбасову за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
23 декабря 1970 г.

Литература

[1] R.J.Glauber. Lectures on theoretical physics, New York, 1, 315, 1959.
[2] Л.А.Кондратюк, Б.Б.Копелиович. ЯФ, 13, вып. 3, 1971.
[3] R.J.Glauber, G.Matthiae. Nucl. Phys., B21, 135, 1970.
[4] W.Czyż, L.Leśniak, H.Wolek. Nucl. Phys., B19, 125, 1970.
[5] L.Bertocchi, A.Capella. Nuovo Cim., 51A, 369, 1967.
[6] E.A.Remler. Phys. Rev., 176, 2108, 1968.
[7] Л.Н.Липатов. Материалы 3-й зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий. Ленинград, 1969.
[8] В.Н.Грибов. ЖЭТФ, 56, 892, 1969.