Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 362 – 365 *5 апреля 1971 г.*

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ДИСКРЕТНО-ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

Л. А. Ривлин

Цель настоящего сообщения – обратить внимание на коллективные эффекты, возникающие в силу дискретности элементарного заряда в пучках электронов (или других заряженных частиц) в вакууме и позволяющие в некоторых отношениях уподобить такие пучки псевдокристаллическим структурам.

Пусть электроны движутся в вакууме по прямолинейным траекториям в сильном продольном магнитном поле. При заданном токе пучка I среднее продольное расстояние между соседними электронами пучка равно $a = ev/I$, где $e = |e|$ – элементарный заряд и v – скорость электронов. Если магнитное поле достаточно велико, так что поперечный размер пучка $d << a$, то такой тонкий пучок имеет вид прямолинейной дискретно-электронной цепочки, напоминающей известные модели одномерных кристаллов.

Исходное распределение продольных координат электронов в цепочке, определяемое дробовым эффектом катода, тепловыми скоростями электронов и условиями формирования тонкого пучка, носит случайный характер. Поэтому интервал между любыми двумя соседними электронами $a_i(t) \neq a$. При дальнейшем прямолинейном движении в цепочке под действием продольных сил кулоновского расталкивания возникает тенденция к упорядочению, т. е. к устремлению потенциальной энергии цепочки к минимуму при $a_i(t > \tau) \to a$, где τ – некоторое время релаксации.

Этой тенденции препятствует продольное тепловое движение электронов, что накладывает на температуру T упорядоченного пучка ограничение

$$|z/a| \approx [a kT/4{,}8e^2]^{1/2} = 0{,}46\left[\frac{a}{r_0}\,\frac{kT}{mc^2}\right]^{1/2} << 1 .$$

Здесь z – продольная координата электрона, $z = 0$ соответствует равновесному положению электрона в совершенно упорядоченной цепочке при $a_i = a$, k – постоянная Больцмана, m и r_0 – масса и классический радиус электрона, c – скорость света, а электрическое поле прямолинейной совершенно упорядоченной цепочки, действующее на один из электронов, смещенный из положения равновесия ($z = 0$, $\rho = 0$) в точку с цилиндрическими координатами z и ρ, характеризуется двумя составляющими

$$E_z = \frac{e}{a^2}\sum_{\nu=1}^{\infty}\nu^{-2}\left\{\left(1-\frac{1}{\nu}\,\frac{z}{a}\right)\left[\left(1-\frac{1}{\nu}\,\frac{z}{a}\right)^2+\nu^{-2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]^{-3/2}-\right.$$

$$\left.-\left(1+\frac{1}{\nu}\,\frac{z}{a}\right)\left[\left(1+\frac{1}{\nu}\,\frac{z}{a}\right)^2+\nu^{-2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]^{-3/2}\right\}\approx 4{,}8\frac{e}{a^2}\,\frac{z}{a}\left\{1+1{,}7\left[\left(\frac{z}{a}\right)^2-\frac{3}{2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]\right\}$$

и

$$E_\rho = -\frac{e}{a^2}\,\frac{\rho}{a}\sum_{\nu=1}^{\infty}\nu^{-3}\left\{\left[\left(1-\frac{1}{\nu}\,\frac{z}{a}\right)^2+\nu^{-2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]^{-3/2}+\right.$$

$$\left.+\left[\left(1+\frac{1}{\nu}\,\frac{z}{a}\right)^2+\nu^{-2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]^{-3/2}\right\}\approx -2{,}4\frac{e}{a^2}\,\frac{\rho}{a}\left\{1+1{,}3\left[4\left(\frac{z}{a}\right)^2-\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]\right\}$$

и потенциалом

$$U(z,\rho)\approx 1{,}2\frac{e}{a}\left\{\left(\frac{\rho}{a}\right)^2\left[1-0{,}65\left(\frac{\rho}{a}\right)^2+5{,}2\left(\frac{z}{a}\right)^2\right]-2\left(\frac{z}{a}\right)^2\left[1+0{,}85\left(\frac{z}{a}\right)^2\right]\right\},$$

имеющим седловидное распределение (приближительные равенства пригодны для случая малых смещений от равновесия $|z/a| << 1$ и $\rho/a << 1$).

Напряженность продольного магнитного поля, необходимую для образования тонкого ($d << a$) псевдокристаллического пучка, можно приближенно оценить из баланса действующих на электрон радиальных сил (центробежной, лоренцовой и кулоновской)

$$H \approx 3{,}1[mc^2a^{-3}]^{1/2} = 1{,}7\cdot 10^{10}\left(\frac{a_0}{a}\right)^{3/2} .$$

Здесь поперечная составляющая скорости электрона задается его потенциалом $U(z,\rho)$, а константа a_0 нижеследующей формулой.

До тех пор пока характерный линейный размер $\Delta z = 2|z|$ (продольный интервал локализации электрона) существенно превосходит де-бройлевскую длину волны, т. е. пока $|z| >> \pi\hbar/mv$ ($\hbar$ – постоянная Планка), можно воздержаться от последовательного квантово-механического подхода к задаче, ограничившись только применением соотношения неопределенности для нижней оценки минимального пространственного периода a псевдокристалла величиной $a >> a_0 = \hbar^2/2me^2 \approx 0{,}3$ Å, характерной для атомных размеров и постоянных обычных кристаллов. Здесь использована очевидная связь

$$\Delta z \Delta p_z = 2\Delta z \left[-2emU\left(\frac{\Delta z}{2}\right)\right]^{1/2}$$

между интервалом Δz и разбросом по импульсам $\Delta p_z = m\Delta v$, существующая для электрона, осциллирующего в потенциальном поле $U(z, \rho)$.

Псевдокристаллические электронные пучки в отличие от истинных кристаллических структур сохраняют стабильность только в движении ($|v| > 0$) и не обладают электрической нейтральностью. Поэтому наряду с коллективными эффектами, аналогичными в той или иной мере явлениям в истинных кристаллах, особенно интересны коллективные разонансные излучательные процессы при взаимодействии электронного псевдокристалла, как целого, с внешними полями и веществом.

Резонансные свойства псевдокристалла можно, например, обнаружить при его взаимодействии с электромагнитной волной частоты $\omega_n = 2\pi n l/e$ ($n = 1,2 \ldots$). В частности, в полном соответствии с законами вынужденного испускания такой пучок способен к стимулированному излучению или резонансному поглощению фотонов с энергией $E_n = \hbar\omega_n$. Наивысший достижимый порядок обертона $n = n_0$ зависит от степени упорядоченности псевдокристалла и следовательно от его температуры T

$$n_0 = \left\langle 0{,}55\left[\frac{r_0}{a}\,\frac{mc^2}{kT}\right]^{1/2}\right\rangle = \left\langle\frac{1300}{\sqrt{T}}\left(\frac{a_0}{a}\right)^{1/2}\right\rangle.$$

Коллективные излучательные процессы в электронных псевдокристаллах можно наблюдать в различных экспериментальных ситуациях: в условиях эффекта Вавилова – Черенкова, в переходном и тормозном излучении, при возбуждении тонкослойного диэлектрического резонатора (явление, обратное оптической модуляции электронного потока [1]), при синхронном взаимодействии с поверхностной волной диффракционной решетки или (в случае жестких фотонов) с пространственными гармониками поля в монокристалле [2] и т. п. Во всех этих явлениях, равно как в любых других процессах излучения, вызываемых свободными электронами, следует ожидать возникновения характеристических линий на резонансных частотах псевдокристалла ω_n с интенсивностью, пропорциональной квадрату тока пучка I.

Несомненный интерес представляет также исследование резонансного взаимодействия псевдокристаллических пучков с веществом, обладающим квантовыми переходами с энергиями $E = \hbar\omega_n$.

Следует подчеркнуть, что в прямую противоположность случаю модуляции электронных пучков сторонним, например, микроволновым, электрическим полем в электронных псевдокристаллах кулоновские силы служат причиной, вызывающей и поддерживающей переменную составляющую тока пучка.

Кинетика процесса упорядочения псевдокристалла, состоящего как в остывании пучка, так и в его термолизации, а также оценка времени релаксации τ подлежат отдельному рассмотрению.

В заключение полезно привести численную иллюстрацию

I, мка	v/c	a, мкм	H, кэ	T, °K	$2\pi c/\omega_1$, мкм	n_0
50	0,2	0,192	33	25	0,96	3
200	0,2	0,048	260	100	0,24	3
200	0,2	0,048	260	25	0,24	6
800	0,2	0,012	2100[1]	100	0,06	6
800	0,2	0,012	2100	25	0,06	12

[1] О магнитных полях порядка мегаэрстед см., например, [3].

Автор выражает признательность Р.В.Хохлову за ценное обсуждение.

Поступила в редакцию
17 февраля 1971 г.

Литература

[1] H. Schwarz, H. Hora. Appl. Phys. Lett., 15, 349, 1969.

[2] Л.А.Ривлин. Письма в ЖЭТФ, 1, вып. 3 стр. 7, 1965.

[3] А.М.Андрианов, В.Ф.Демичев, Г.А.Елисеев, П.А.Левит. Письма в ЖЭТФ, 11, 582, 1970.