Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 459 – 461 *20 апреля 1971 г.*

О ЗАТУХАНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В ФЕРМИ-БОЗЕ ЖИДКОСТИ

Д.М. Семиз

С понижением температуры растворы He^3 в He^4 расслаиваются при концентрации He^3 в растворе $x > 6 \cdot 10^{-2}$ ($x = n_3/n_3 + n_4$, где n_3, n_4 – числа атомов He^3 и He^4 в единице объема). При $x < 6 \cdot 10^{-2}$, $T << T_F$, где T_F – температура вырождения фермиевской компоненты, ($T_F \doteq 0,3°K$ при $x = 6 \cdot 10^{-2}$) раствор образует смесь ферми- и бозе-жидкостей. В дальнейшем мы будем опираться на феноменологическую теорию ферми-бозе жидкости [1, 2]. Расчет показывает, что вкладом фононов в затухание звука при $T << T_F$ можно пренебречь в широкой области концентраций, и тогда диссипация определяется столкновениями ферми-возбуждений между собой. В бесстолкновительной области в ферми-бозе жидкости, вообще говоря, может распространяться как первый звук (колебания плотности), так и нулевой звук, однако имеющиеся данные об f-функции Ландау [3] указывают на то, что нулевой звук испытывает в растворе сильное затухание Ландау.

Ниже рассмотрена задача о затухании первого звука в растворе в бесстолкновительном режиме. Впервые коэффициент затухания первого звука в ферми-бозе жидкости был вычислен Бэймом [4] в пределе $x << 1$. В [4] использовано τ-приближение, где время релаксации ферми-возбуждений τ играет роль произвольного параметра. По существу, τ-приближение означает, что в интеграле столкновений кинетического уравнения сохраняют только нулевую и первую гармонику разложения функции распределения по углам (см., например, [5]). На примере уравнения (3) это означает, что в правой части его следовало бы оставить первые два члена суммы. Однако, как будет показано ниже, зацепление кинетического уравнения для ферми-возбуждений с уравнениями непрерывности и сверхтекучего движения приводит к тому, что даже в пределе $x << 1$ вторая гармоника дает вклад в затухание того же порядка, что и первые две.

Задача о затухании высокочастотного звука в растворе, как будет видно из дальнейшего, аналогична задаче о затухании нуль-звука в ферми-жидкости [6]. Так же, как в [6], коэффициент затухания мы найдем как первый член ряда теории возмущений по малому параметру $1/\omega\tau$, определяемому следующим соотношением[1)]

$$\frac{1}{\omega\tau} = \frac{m^{*3}T^2}{12\omega\pi^4\hbar^6} \int \frac{W(\theta, \phi)}{\cos\theta/2} \frac{d\Omega}{2\pi}, \qquad (1)$$

и пренебрежем поправками относительного порядка T^2/T_F^2.

Интересующее нас кинетическое уравнение для ферми-возбуждений в растворе отличается от кинетического уравнения для чистой ферми-

---

[1)] Обозначения те же, что в [6].

жидкости [6] наличием двух членов, пропорциональных δn_4 и сверхтекучей скорости $\mathbf{v}_s$, вид их определяется формой спектра ферми-возбуждений в растворе [2].

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon_o(n_3, n_4) + \frac{p^2}{2m^*} + \frac{\Delta m}{m^*}\left(1 + \frac{F_1}{3}\right)\mathbf{p}\mathbf{v}_s + \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\delta n(\mathbf{p}')d\tau'. \quad (2)$$

Здесь $\Delta m = m^*\left(1 + \frac{F_1}{3}\right)^{-1} - m_3$, $\frac{F_1}{3} = \frac{p_F m^*}{\pi^2 \hbar^3}\overline{f\cos\chi}$. После точно таких же преобразований, как в [6], и исключения переменных n_4 и $\mathbf{v}_s$ с помощью уравнений непрерывности и сверхтекучего движения, идентичных написанным в [2], кинетическое уравнение приобретает вид

$$(\xi - \cos\chi)\sum_{n=0}^{\infty}\nu_n(t)P_n(\cos\chi) - \langle\nu_o\rangle\cos\chi\left\{F_o - 3\lambda\frac{m_4}{m^*}\left[a u^2\left(a - \frac{s^2 m_3}{u^2 m_4}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\Delta m}{m_4}\left(1 + \frac{F_1}{3}\right)\left(a - \frac{m_3}{m_4}(1 + \beta x)\right)s\cos\chi\right]\right\} - \langle\nu_1\rangle\cos\chi\left\{\frac{F_1}{3}\cos\chi - \lambda\left[s a + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\Delta m}{m_4}\left(1 + \frac{F_1}{3}\right)(1 + \beta x)\cos\chi\right]\right\} = \frac{3is}{4\omega\tau}\left(1 + \frac{t^2}{\pi^2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta_n}{\beta_o}\nu_n^o P_n(\cos\chi), \quad (3)$$

где ν_n^o означает значение ν_n без учета затухания, $\lambda = \frac{x}{1 + \beta x - s^2/u^2}$,

$u^2 = \frac{n_4}{m_4 v_F^2}\frac{\partial\mu_{o4}}{\partial n_4} = \frac{c^2}{v_F^2}$, c – скорость первого звука в He^4, μ_{o4} – химический потенциал чистого He^4,

$$a = \frac{n_4}{m_4 c^2}\frac{\partial\epsilon_o}{\partial n_4}, \quad \beta = \frac{n_4^2}{m_4 c^2}\frac{\partial^2\epsilon_o}{\partial n_4^2}, \quad \langle\nu_n\rangle = -\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\tau_o}{\partial t}\nu_n(t)dt, \quad s = \frac{\omega}{k v_F},$$

$$\xi = s\left(1 + \frac{i}{\omega\tau}\right), \quad \beta_n = \int\frac{d\Omega}{2\pi}\frac{W(\theta, \phi)}{\cos\theta/2}\left[P_n(\cos\theta) - P_n\left(\cos^2\frac{\theta}{2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sin^2\frac{\theta}{2}\cos\phi\right) - P_n\left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\cos\phi\right)\right], \quad t = \frac{\epsilon - \mu_3}{T},$$

$$\mathbf{k}\mathbf{v} = kv\cos\chi.$$

Уравнение (3) по форме совпадает с соответствующим уравнением в [6], поэтому, поступая точно так же, как в [6], мы получим коэффициент затухания первого звука в растворе. Заметим, что при выводе уравнения (3) нигде не использована малость x. Существенное ограничение при выводе (3) заключается в том, что, выписывая интегральный член спектра (2), мы можем учесть любое, но конечное число параметров Ландау. В (3) оставлены только F_0 и F_1. Мы не будем выписывать справедливую при произвольном x формулу для коэффициента затухания первого звука ввиду ее громоздкости и сразу перейдем к случаю $x << 1$.

Заметим, что при $x << 1$ $s \approx u$ (см. [2]) и, следовательно, $\lambda \sim 1$, кроме того, $u^2 \sim x^{-2/3}$. Напомним, что $F_n \sim p_F \sim x^{1/3}$. Мы видим таким образом, что первые члены в фигурных скобках при $<\nu_0>$ и $<\nu_1>$, возникшие из интегрального члена в (2), содержат лишнюю малость $\sim x$ по сравнению с членами, возникшими в результате зацепления. Поэтому членами ферми-жидкостного происхождения в (3) можно пренебречь. Простые вычисления показывают, что $<\nu_2>/<\nu_0> \sim 1$. Вследствие этого ν_2 дает вклад в затухание того же порядка, что ν_0 с ν_1. Удерживая в выражении для коэффициента затухания младший по степеням x член, имеем

$$\gamma = \operatorname{Im} k = \frac{x m_4 p_F^2 T^2}{90 \pi^2 \hbar^6 c^3} \left(a + \frac{\Delta m}{m_4}\right)^2 \int \frac{d\Omega}{2\pi} \frac{W(\theta, \phi)}{\cos\theta/2} \left[1 + \frac{1}{R}\left(1 - 3\sin^4\frac{\theta}{2}\sin^2\phi\right)\right], \tag{4}$$

где $R = \dfrac{m_4}{m^*}\left(a + \dfrac{\Delta m}{m_4}\right)^2 - \dfrac{\Delta m}{m_4}$, $\quad m^* = m^*(x = 0)$, $\quad \Delta m = m^* - m_3$.

Учитывая, что $W(\theta, \phi) \sim x^{1/3}$, получаем $\gamma \sim x^2$. Если принять (1) за определение времени релаксации τ, то (4) отличается от результата Бэйма наличием второго члена в квадратных скобках, который, как уже говорилось, возник при учете ν_2.

Автор благодарен проф. И.М.Халатникову за внимание к работе и обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
4 марта 1971 г.

После переработки
15 марта 1971г.

Литература

[1] I.Bardeen, G.Baym, D.Pines. Phys. Rev., **156**, 207, 1967.

[2] И.М.Халатников. ЖЭТФ, **55**, 1919, 1968.

[3] I.C.Wheatley. Quantum Fluids, Amsterdam, 1966.

[4] G.Baym. Phys. Rev. Lett., **17**, 952, 1966.

[5] А.А.Абрикосов, И.М.Халатников. УФН, **66**, 177, 1958.

[6] Б.С.Лукьянчук, Д.М.Семиз. ЖЭТФ, **60**, 1067, 1971.