Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 507 – 511 *5 мая 1971 г.*

ФИЗИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ НА ДОЧЕРНИХ ТРАЕКТОРИЯХ В ДУАЛЬНОЙ АМПЛИТУДЕ ПРИ УСЛОВИИ $\alpha(0) = 1$

В. А. Кудрявцев, Е. М. Левин

Одной из трудностей, которая встречалась в обобщенной модели Венециано, [1, 2] является наличие в спектре частиц, возникающих в дуальной амплитуде, состояний с отрицательной нормой, "духов" [3, 4]. В последнее время появилась надежда, что в случае $\alpha(0) = 1$ ($\alpha(q^2)$ – траектория полюса Редже) таких состояний не существует [5].

В настоящей работе рассматриваются физические состояния на первых трех дочерних траекториях и выясняется, что на третьей дочерней траектории при больших массах ($m^2 > 22 \frac{1}{\alpha'}$) и в этом случае остаются "духи".

В обобщенной модели Венециано [1, 2] амплитуда рассеяния $N + M$ скалярных частиц имеет явно факторизованный вид для полюса с массой k^2, $\alpha(k^2) = j$ [3, 4]. Эта амплитуда определяется выражением

$$\Sigma \frac{V^j_{n\{\mu_\ell\}} \bar{V}^j_{n\{\mu_\ell\}}}{j - \alpha(k^2)}, \qquad (1)$$

где

$$V^j_{n\{\mu_\ell\}} \equiv \langle f \mid n \rangle = \langle 0 \mid \int \Pi\, dx_i\, \phi(x_i p_i) \exp\{\Sigma P^{(n)}_\mu a^{(n)}_\mu / \sqrt{n}\} \mid n \rangle =$$

$$= \int \prod_i dx_i\, \phi(x_i p_i)\, \Pi [P^{(\ell)}_{\mu_\ell}]^{n_\ell} \equiv \langle \Pi P^{(\ell)}_{\mu_\ell} \rangle, \qquad (2)$$

а

$$\mid n \rangle = \Pi \frac{(a^{(\ell)+}_{\mu_\ell})^{n_\ell}}{\sqrt{n_\ell!}} \mid 0 \rangle$$

причем

$$\Sigma n_\ell \ell \leqslant j, \qquad (3)$$

$$\alpha(k^2) = a + \frac{1}{2} k^2.$$

Остальные обозначения в [3, 4] и на рисунке.

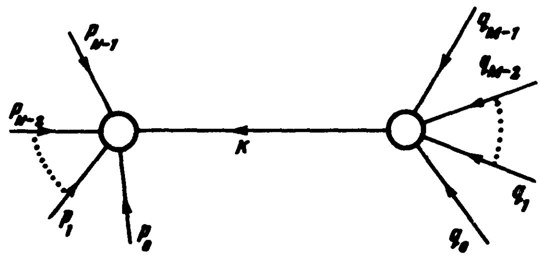
$\bar{V}$ – аналогичное выражение для вершин перехода состояния $|n\rangle$ в M скалярных частиц с импульсами q_i; (см. рисунок). Сумма по всем состояниям n может быть переписана в виде суммы по состояниям с данным спином S:

$$\Sigma V^j_{n\{\mu_\ell\}} \bar{V}^j_{n\{\mu_\ell\}} = \sum_s \sum_p V^{js}_{p\{\mu_\ell\}} \mathcal{P}^{s\{\mu_\ell\}}_{\{\mu'_\ell\}} \bar{V}^{js}_{p\{\mu'_\ell\}} =$$

$$= \sum_s \sum_p \langle f \mid p, j, S \rangle \langle p, j, S \mid f \rangle, \qquad (4)$$

где $\mathcal{P}^s$ – пропагатор частицы со спином S, p – характеризует вырождение состояния с j и S. Таким образом и вся дуальная амплитуда записывается в виде суммы полюсов (1) по всем j и $S \leqslant j$.

В бесконечной совокупности полюсов, которая представляет собой дуальную амплитуду, встречаются состояния с отрицательными вычетами ("духи") (V_p^{js} – мнимые) [3].



Вирасоро [5] обнаружил, что в том случае, когда $a = 1$ возникает новая симметрия в дуальной амплитуде и выразил надежду, что эта симметрия приведет к полному исчезновению "духов" на всех траекториях.

Симметрию [5] можно выразить равенствами

$$< n \mid W_m \mid f > = 0, \tag{5}$$

где

$$W_m = -\sum a_\mu^{(n)+} \sqrt{n}\left(\sqrt{n} a_\mu^{(n)} - \sqrt{n+m}\, a_\mu^{(n+m)}\right) -$$

$$- \sqrt{m}\left(k_\mu a_\mu^{(m)}\right) + (1/2) \sum_{n=1}^{m-1} \sqrt{n(n-m)}\, a_\mu^{(n)} a_\mu^{(n-m)} - \frac{1}{2} k^2 + m - 1 \tag{5'}$$

и состояния $\mid n >$ и $\mid f >$ определены в (2).

Однако, условия (5) с $m \geqslant 3$ оказываются линейными комбинациями условий с $m = 1$ и 2, так как

$$[\, W_m, W_n \,] = (n-m) W_{n+m} + m W_m - n W_n . \tag{6}$$

Если пользоваться системой осцилляторных состояний, то условия (5) связывают между собой вершины V_p^{js} с одинаковыми значениями j и S, поэтому (4) приобретает вид

$$\sum_{p_1 p_2} c_{p_1 p_2} V^{js}_{p_1 \{\mu_s\}} \mathcal{P}^{s\{\mu_s\}}_{\{\mu_s'\}} \bar{V}^{js}_{p_2 \{\mu_s'\}} \tag{7}$$

причем суммирование происходит уже по меньшему числу состояний, чем в (4). Задача выбора независимой системы состояний сводится к приведению (7) к диагональной форме:

$$\Sigma\ \Gamma^{is}_{q\{\mu_s\}}\ \mathcal{P}^{s\{\mu_s\}}_{\{\mu'_s\}}\ \bar{\Gamma}^{is}_{q\{\mu'_s\}} \qquad (8)$$

причем

$$\Gamma^{is}_{q} = \langle f \mid q,\ j,\ S \rangle = \Sigma d_{qp} V^{is}_{p} = \Sigma d_{qp} \langle f \mid p,\ j,\ S \rangle \qquad (9)$$

или иначе $\mid q,\ j,\ S \rangle = d_{qp} \mid p,\ j,\ S \rangle$. (10)

Перейдем к обсуждению состояний с нормальной четностью $(-1)^s$ на первых трех дочерних траекториях ($a\ (k^2) = j$):

1. Первая дочерняя траектория $S = j - 1$. Условие $\langle n \mid W_1 \mid f \rangle = 0$ при $a = 1$ связывает вершины

$$V_1^{j,j-1} = \langle P^{(1)}_{\mu_1} \ldots P^{(1)}_{\mu_{j-2}} P^{(2)}_{\mu_{j-1}} \rangle \text{ и } V_2^{j,j-1} = \langle P^{(1)}_{\mu_1} \ldots P^{(1)}_{\mu_{j-1}} (P^{(1)}k) \rangle.$$

Результирующий вычет равен нулю, т. е. эта траектория не вносит вклада в амплитуду.

2. Вторая дочерняя траектория: $S = j - 2$. Число вершин $V^{j,j-2}$ при $j \geqslant 4$ равно 6 (при $j = 2$ их 3, при $j = 3$ их 5), число условий (5) равно 3 при $j \geqslant 3$ (при $j = 2$ их 2). Таким образом при $j = 2$ остается одна частица. Нетрудно убедиться, что вычет у нее положителен. При $j = 3$ симметрия Вирасоро (усл. (5)) оставляет две частицы, однако форма (7) вырождена (что говорит о большей симметрии, чем дается усл. (5)) и возникает только одно состояние в сумме (8) Это состояние, как и все состояния с нечетным j, пропадает из-за нечетности вершины V^{js} по отношению к операции "твиста" (в случае нечетного j и $a = 1$). При $j \geqslant 4$ матрица $\{c_{p_1p_2}\}$ (7) однократно вырождена и дает два независимых состояния с положительными вычетами. При $j \gg 1$, в главном по j приближении, существенно только одно состояние (векторные индексы операторов $a^{(n)}_{\mu}$ здесь и в последующих формулах опущены)

$$\mid 1,\ j,\ j-2 \rangle = \frac{1}{2\sqrt{(j-1)!}} \{ a^{(3)+} a^{(1)+} - \sqrt{3}\, a^{(2)+} a^{(2)+} + (\sqrt{3}/2) \frac{1}{j} a^{(1)+} a^{(1)+} (a^{(1)+} a^{(1)+}) \} a^{(1)+} \ldots a^{(1)+} \mid 0 \rangle . \qquad (11)$$

3. Третья дочерняя траектория: $S = j - 3$. а) $j = 3,\ S = 0$ – нет частицы; б) $j = 4,\ S = 1$ – одна частица с положительным вычетом. Отметим, что только условие (5) приводило бы к трем независимым состояниям; в) при $j \geqslant 6$ могло бы остаться пять независимых состояний (13 вершин $V^{j,j-3}$, 8 условий (5)), однако матрица $\{c_{p_1p_2}\}$ ока-

зывается трижды вырождена и остается только два независимых состояния:

$$|\, 1, j, j-3 > = \left(3/2\right)\sqrt{23 - j}\, / \sqrt{(j + 20)\,(2j - 3)\,(j - 1)^{3}\,(j - 4)!} \times$$

$$\times \{ -\left(4/3\right)\left(j - 5\right) a^{(4)+} a^{(1)+} a^{(1)+} + 10 -\left(j/\sqrt{6}\right)\left(j - 4\right) a^{(2)+} a^{(3)+} a^{(1)+} +$$

$$+\left(\sqrt{2}/3\right)\left(j - 4\right)(j - 5)\, a^{(2)+} a^{(2)+} a^{(2)+} + \left(\sqrt{2}/3\right) j \,(a^{(1)+} a^{(2)+}) a^{(1)+} a^{(1)+} a^{(1)+} -$$

$$-\left(\sqrt{2}/4\right) j\, (a^{(1)+} a^{(1)+})\, a^{(2)+} a^{(1)+} a^{(1)+} \}\, a^{(1)+} \ldots\, a^{(1)+} \,|\, 0 > , \qquad (12)$$

$$|\, 2, j, j-3 > = \left[3(j-6)!\,(j-1)^{3}(j + 20)\right]^{-1/2} \{ (j + 15) a^{(4)+} a^{(1)+} a^{(1)+} -$$

$$-\left(3\sqrt{3}/\sqrt{2}\right)\left(j + 8\right) a^{(2)+} a^{(3)+} a^{(1)+} + 2\sqrt{2}\,(j + 5) a^{(2)+} a^{(2)+} a^{(2)+} +$$

$$+ \sqrt{2}\, a^{(1)+} a^{(1)+} a^{(1)+} (a^{(1)+} a^{(2)+}) -\left(3/2\sqrt{2}\right)\left(a^{(1)+} a^{(1)+}\right) a^{(2)+} a^{(1)+} a^{(1)+} \} \times$$

$$\times\, a^{(1)+} \ldots\, a^{(1)+} \,|\, 0 > . \qquad (13)$$

Таким образом при $j > 23$ состояние (12) оказывается "духом", т. е. имеет отрицательную норму. Нетрудно убедиться, что при распаде на три скалярные частицы состояния (12) и (13) не вырождаются, т. е. их вершины представляют различные функции соответствующих инвариантов.

Некоторый оптимизм может вызвать тот факт, что появляется это состояние при сравнительно больших j, при которых вершины перехода становятся малыми[1]. Отметим также, что вырождение на этой траектории связано с более глубокой симметрией амплитуды при $a = 1$, чем та, которая учитывается условиями (5). Еще одним аргументом в пользу этого утверждения является симметрия скалярной четыреххвостки. У этой амплитуды отсутствуют вклады от нечетных дочерних траекторий, так как полюс при $a(s) = j$ может быть представлен в виде $R_j(z)/(j - a(s))$, где z – косинус угла рассеяния, а

$$R_j(z) = (-1)^j R_j(-z). \qquad (14)$$

Интересно отметить, что только при $a = 1$ может быть выполнено (14).

В заключение благодарим В.Н.Грибова и И.Т.Дятлова за обсуждение результатов.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 февраля 1971 г.

После переработки
22 марта 1971 г.

[1] В этом случае их вклад в амплитуду сравним с вкладом унитарных поправок, которые мы считаем малыми. Поэтому вопрос о "духах" необходимо рассматривать совместно с унитарными поправками.

Литература

[1] G.Veneziano. Nuovo Cim., 57A, 190, 1968.

[2] G.I.Gvebel, B.Sakita. Phys. Rev. Lett., 22, 256, 1969; C.H.Mo, T.S.Tsun. Phys. Lett., 28B, 485, 1969; K.Bardakci, H.Ruegg. Phys. Rev., 181, 1884, 1969; Z.Koba, H.B.Nielson. Nucl. Phys., B10, 633, 1969.

[3] S.Fubini, G.Veneziano. Nuovo Cim., 64A, 811, 1969; K.Bardakci, S.Mandelstam. Phys. Rev., 184, 1640, 1969.

[4] S.Fubini, D.Gordon, G.Veneziano. Phys. Lett., 29B, 679, 1969.

[5] Virasoro. Phys. Rev., Д1, 2933, 1970.