Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 513 – 517 *5 мая 1971 г.*

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ УВЕЛИЧЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА ПОПЕРЕК СИЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Л. Коврижных

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на один из механизмов увеличения коэффициентов диффузии и теплопроводности поперек сильного магнитного поля, возникающий при наличии в плазме интенсивных низкочастотных потенциальных колебаний.

Хорошо известно [1, 2], что учет тороидальности приводит к видоизменению старых классических коэффициентов переноса. Физически это связано с так называемым явлением "перемешивания" [4] или, иначе говоря, с несовпадением поверхностей, на которых лежат дрейфовые траектории частиц, с магнитными поверхностями, возникающим из-за наличия тороидального дрейфа. При этом, если через Δ_j обозначить величину отклонения дрейфовой траектории электронов $j = e$ и ионов

$j = i$\ от магнитной поверхности, которую мы будем для простоты считать имеющей вид цилиндра $r = \mathrm{const}$, то коэффициенты радиальной диффузии D и теплопроводности κ_i будут по порядку величины равны[1)] [4, 5]

$$D \approx \nu_e \Delta_e^2 ; \qquad \kappa_i \approx \nu_{ii} N \Delta_i^2 , \tag{1}$$

где ν_e, ν_{ee} и ν_{ii} – эффективные частоты электрон-ионных, электрон-электронных и ион-ионных столкновений, а N – плотность плазмы[2)].

Формулы (1) довольно очевидны, и учитывая, что подробный качественный анализ процессов переноса, основанный на рассмотрении диффузии как броуновского движения и анализе дрейфовых траекторий был дан в работе [5], мы здесь не будем останавливаться на их подробном обсуждении.

Входящую в формулы (1) величину смещения Δ_i можно оценить с помощью дрейфовых уравнений движения. Нетрудно видеть, однако, что в случае достаточно малых смещений $\Delta_i << r$ она будет равна по порядку величины

$$\Delta_i \approx v_n^i / \Omega_i , \tag{2}$$

где v_n^i – нормальная к магнитной поверхности компонента скорости дрейфа, а Ω_i – характерная частота движения частицы по малому азимуту ϕ. В случае тороидальных систем, в которых отсутствуют азимутальные электрические поля, величина v_n^i равна, очевидно, скорости тороидального дрейфа

$$v_n^i \approx \frac{1}{R} \frac{v_i^2}{\omega_i} , \tag{3}$$

где $v_i = \sqrt{T_i / m_i}$ – средняя тепловая скорость, а $\omega_i = e_i B / m_i c$ ларморовская частота.

---

1) Следует, правда, указать, что в случае полностью ионизированной плазмы в области очень малых частот столкновений, когда время свободного пробега становится больше, чем характерный период движения запертых частиц, в силу дифференциального характера интеграла кулоновских столкновений величины ν_e и ν_{ii} возрастают в R/r раз по сравнению с обычными эффективными частотами столкновений (r – малый, а R – большой радиусы тора).

2) Заметим, что наличие в плазме достаточно высокочастотных плазменных шумов может привести к тому, что эффективная частота электрон-электронных столкновений ν_{ee} окажется существенно бóльшей, чем эффективная частота электрон-ионных столкновений ν_e и, следовательно, коэффициент электронной теплопроводности κ_e будет превышать коэффициент диффузии DN.

Однако наличие азимутального поля также вызывает дрейфовое движение частиц поперек магнитных поверхностей, и, следовательно, также может приводить к увеличению коэффициентов переноса, не связанному непосредственно с наличием тороидальности [5].

Итак, предположим, что в плазме возбуждены достаточно интенсивные низкочастотные колебания (на природе которых мы здесь останавливаться не будем), описываемые потенциалом

$$\Phi = \sum_m \Phi_m(r) e^{im\phi + i\omega_m t}, \quad m = 1, 2, 3, \ldots \qquad (4)$$

и оценим с помощью формул (1), (2) влияние таких колебаний на диффузию и теплопроводность плазмы по малому радиусу в магнитных ловушках типа "Токамак", характеризуемых продольной B_ζ и азимутальной $B_\phi = \theta B_\zeta << B_\zeta$ компонентами магнитного поля.

Если колебания (4) не носят характер шума, то в отсутствии столкновений они, очевидно, не могут приводить к переносу частиц или энергии поперек магнитного поля так, как среднее по времени радиальное смещение Δ_i в этом случае обращается в нуль. Однако при наличии столкновений ситуация изменяется, поскольку в результате каждого столкновения частица как бы "забывает" свои предыдущие скорость и координату. Естественно, что наиболее сильно это будет сказываться в случае достаточно низких частот колебаний, когда $\omega_m << \nu_i$. Если же, кроме того, и характерная частота азимутального движения Ω_i превышает частоту колебаний поля ω_m, то зависимость потенциала от времени вообще оказывается несущественной.

Таким образом, при условии

$$\omega_m << \min\left\{\nu_i, \ \frac{m\theta v_i}{r}, \ \frac{m\theta^2 v_i^2}{r^2 \nu_i}\right\} \qquad (5)$$

в первом приближении можно считать, что частица движется в статическом потенциальном поле с потенциалом

$$\Phi^{eff} = \sum_m \Phi_m(r) e^{im\phi}, \qquad (6)$$

где сумма распространяется на все гармоники m, для которых выполнено условие (5).

Связанная с потенциалом (6) нормальная к магнитной поверхности компонента скорости дрейфа, очевидно, равна

$$v_n^i \approx \frac{c}{B}\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi^{eff}}{\partial \phi} \qquad (7)$$

и при достаточно большой амплитуде колебаний, когда $e\Phi^{eff}/T_i >> r/R$ значительно превышает скорость тороидального дрейфа (3)[1]. Если

[1] Случай, когда электрическое поле не зависит от времени, а амплитуда азимутальной гармоники достаточно мала, что $e_i \Phi \sim (r/R) T_i$ был рассмотрен количественно в работе [5].

предположить, наконец, что интенсивность колебаний достаточно высока, так что отношение $e_j \Phi^{eff}/T_j$ становится порядка единицы, и, следовательно, число "запертых" (или "захваченных" волной) частиц становится порядка числа "пролетных", а продольная скорость как тех, так и других – порядка тепловой, то во всей области частот соударений $\nu_j >> \omega_m$ величина смещения Δ_j будет одного порядка. Учитывая, что характерная частота азимутального движения в этом случае равна, очевидно, $\Omega_j \approx m\theta v_j/r$, подставляя формулы (7), (6), (2) в (1) и производя усреднение по азимуту ϕ, окончательно находим

$$D \approx \nu_e \frac{v_e^2}{\omega_e^2} \frac{1}{\theta^2} \sum_m \frac{e_e^2|\Phi_m|^2}{2T_e^2},$$

$$\omega_m << min\left\{\nu_e, \frac{m\theta v_e}{r}, \frac{m\theta^2 v_e^2}{r^2 \nu_e}\right\}, \tag{8}$$

$$\kappa_j \approx \nu_{jj} \frac{v_j^2}{\omega_j^2} \frac{N}{\theta^2} \sum_m \frac{e_j^2|\Phi_m|^2}{2T_j^2}; \quad j = e, i,$$

$$\omega_m << min\left\{\nu_{jj}, \frac{m\theta v_j}{r}, \frac{m\theta^2 v_j^2}{r^2 \nu_{jj}}\right\}. \tag{9}$$

Отсюда следует, что для достаточно интенсивных колебаний, когда $\sum_m (e_j^2|\Phi_m|^2/2T_j^2) \sim 1$ тороидальность не играет роли, а коэффициенты диффузии и теплопроводности существенно возрастают (в θ^{-2} раз) и определяются старыми классическими формулами, в которых величину полного поля B следует заменить на величину полоидального магнитного поля B_ϕ.

Если же для какого-либо сорта частиц j одно из условий (8) или (9) нарушается, то соответствующее выражение следует, очевидно, заменить на полученное ранее (см., например, [5]).

В заключение отметим, что наличие гармоник потенциала от продольной координаты ζ нарушает аксиальную симметрию и в силу этого может при определенных условиях приводить к еще большему увеличению коэффициентов переноса (подобно тому как это имеет место в системах типа "стелларатор" [3, 5, 6][1]).

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
12 марта 1971 г.

---

[1] Укажем, что в разделе 3 работы [3] под частотами кулоновских столкновений ν_{jk} ($j, k = e, i$) следует понимать их эффективные значения $\nu^*_{jk} = \nu_{jk}/2\epsilon\, nl_n$, где частоты ν_{jk} определяются формулами (8).

Литература

[1] D.Pfirsch, H.Schluter. Report of the Max-Plauch-Institute, Munich, MPI/PA/7/62.

[2] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев. ЖЭТФ, 53, 359, 1967.

[3] Л.М.Коврижных. ЖЭТФ, 56, 877, 1969.

[4] Г.И.Будкер. Сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т. 1 Изд. АН СССР, 1958 г., стр. 66.

[5] L.M.Kovrizhnykh. Transport processes in toroidal magnetic traps. Internal report IC/70/86, IC/70/123, IC/70/124, Trieste, 1970.

[6] A.A.Galeev, R.Z.Sagdeev, H.P.Furth, M.N.Rosenbluth, Phys. Rev. Lett., 22, 511, 1969.