Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 569 – 572 *20 мая 1971 г.*

О НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ С ОТКРЫТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ФЕРМИ

Р. Н. Гуржи, А. И. Копелиович

Настоящая работа посвящена развитию теории решеточного сопротивления чистых металлов при низких температурах, учитывающей увлечение фононов электронами.

Как указал Пайерлс [1], в металлах с открытыми поверхностями Ферми закон Блоха $\rho \sim T^5$ (ρ – электросопротивление, T – температура) должен быть справедливым при произвольно низких температурах благодаря тому, что процессы переброса при столкновениях электронов с тепловыми фононами оказываются возможными, сколь малы бы ни были импульсы этих фононов.

Известно, что электрон-фононные столкновения с большой степенью точности можно считать упругими, т. е. при поглощении (или испускании) фонона электрон осуществляет переходы в пределах изоэнергетической поверхности. Можно поэтому ожидать, что при достаточно низких температурах, когда тепловой импульс фононов $q \sim T/s << p_F$ (s – скорость звука, p_F – минимальный из характерных размеров поверхности Ферми) задача об электропроводности может быть сформулирована в терминах диффузии электронов в импульсном пространстве на поверхности Ферми.

При количественном рассмотрении вопроса естественно исходить из системы кинетических уравнений для взаимодействующих между собой электронов и фононов[1] и произвести в этих уравнениях низкотемпературное разложение по малому параметру q/p_F. Диффузионное уравнение может быть получено сразу в относительно простом и компактном виде, если, прежде чем производить низкотемпературное разложение, проинтегрировать кинетическое уравнение для электронов по некоторой произвольной части поверхности Ферми и воспользоваться сохранением числа электронов. Результат имеет следующий вид[2]:

$$\operatorname{div} \hat{D}_p(\nabla\chi_p - a_p) = eEn_p,$$

где

$$D_p^{lk} = T^5 \frac{30\zeta(5)}{\pi^2\hbar^4 v_p^2} \int \frac{M_p(e)}{s^5(e)} e^l e^k \delta(en_p)\, de =$$

$$= \int D_p(e)\, e^l e^k\, \delta(en_p)\, de,$$

$$a_p = \int \hat{A}_{pp'} \nabla\chi_{p'}\, ds_{p'}, \quad \hat{A}_{pp'} = \frac{2\hat{D}_p^{-1}\hat{D}_p(\vec{\mu})D_{p'}(\vec{\mu})}{\sin(n_p, n_{p'})\gamma(\vec{\mu})},$$

$$\gamma(\vec{\mu}) = \int D_p(\vec{\mu})\delta(\vec{\mu} n_p)\, ds_p,$$

В этих формулах $\chi_p\, \partial f_0/\partial\epsilon$ – неравновесная часть электронной функции распределения, $f_0(\epsilon)$ – функция Ферми, E – напряженность электрического поля; $n_p = v_p/v_p$, $e = q/q$, $\vec{\mu} = [n_p n_{p'}]/|[n_p n_{p'}]|$; $v_p = \partial\epsilon/\partial p$, $D_p^{lk}(e) = e^l e^k D_p(e)$. Матричный элемент электрон-фононного взаимодействия записан в виде $[qM_p(e)]^{1/2}$. Интегрирование в выражениях a_p и $\gamma(\vec{\mu})$ производится по поверхности Ферми. Под div и ∇ следует понимать двумерные операции, производимые в касательной плоскости к поверхности Ферми.

Искомая функция χ_p должна удовлетворять периодическим граничным условиям:

$$\chi_p = \chi_{p+g}, \quad \nabla\chi_p = \nabla\chi_{p+g},$$

---

[1] Столкновения между фононами при низких температурах, как известно, значительно менее вероятны, чем столкновения их с электронами и поэтому не учитываются.

[2] Отметим, что интегральный член a_p в уравнении (1) связан с неравновесностью фононов и отражает то обстоятельство, что каждый электрон в процессе диффузии обменивается фононами с другими электронами.

которые в диффузионном приближении эквивалентны учету процессов переброса. (g – любой вектор обратной решетки).

Подробный анализ уравнения (1) будет приведен в следующей статье. Здесь мы приведем результат его решения для специального (но отнюдь не редкого) случая, когда поверхность Ферми состоит из некоторого количества электронных (или дырочных) групп произвольным образом соединенных узкими перемычками. (Некоторые из групп могут быть изолированными). При этом, как нетрудно показать, в пределах больших групп электронная функция распределения имеет дрейфовый вид

$$\chi_p = -\mathbf{u}\mathbf{p}.$$

В рассматриваемой модели решение диффузионного уравнения (1) сводится к задаче о протекании стационарных электрических токов по разветвленной цепи. Перемычки отвечают проводникам, большие группы – узлам цепи, χ_p имеет смысл потенциала. Ток, протекающий по перемычке, определяется следующим образом:

$$I = \oint (\hat{D}\,\nabla\chi)\, d\vec{l},$$

где интегрирование ведется по замкнутой линии, охватывающей перемычку, вектор $d\vec{l}$ направлен по нормали к этой линии в касательной плоскости к поверхности Ферми. Сопротивление перемычки определяется соотношением : $\Delta\chi = IR$, где $\Delta\chi$ – падение "потенциала" на перемычке.

Для токов справедливы правила Кирхгофа

$$\Sigma I = 0, \quad \Sigma IR = \mathbf{g}\mathbf{u}.$$

В первом выражении суммирование ведется по перемычкам, сходящимся в некоторый узел; во втором – по перемычкам, образующим замкнутую цепь. $\mathbf{g}$ – суммарный вектор переброса, замыкающий цепь ($\mathbf{g} = 0$, если цепь не пересекает границ зоны).

Кроме того, требование баланса квазиимпульса налагает следующее условие на токи, пересекающие границы зоны:

$$\Sigma I\mathbf{g} = \frac{2}{h^3}\, e\,(n_e - n_h)\,\mathbf{E},$$

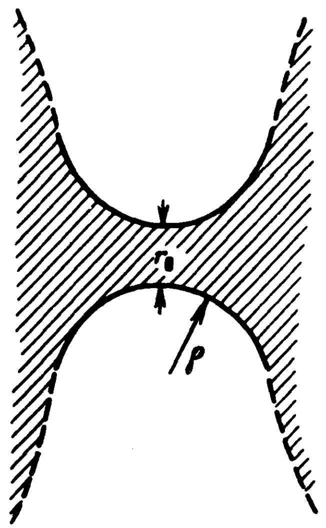
где $\mathbf{g}$ – соответствующие вектора переброса, n_e и n_h – плотности электронов и дырок.

Записанные уравнения позволяют определить дрейфовую скорость $\mathbf{u}$ и, следовательно, электропроводность металла. (Плотность тока $\mathbf{j} = e(n_e - n_h)\mathbf{u}$). Для наиболее простого случая, когда все перемычки пересекаются границами зоны и металл обладает кубической симметрией электропроводность равна

$$\sigma = \frac{2e^2}{h^3}\,\frac{(n_e - n_h)^2}{\sum_i g_i^2 \cos^2\alpha_i \,/R_i},$$

где α_i – угол между вектором переброса $\mathbf{g}_i$, соответствующим i-й перемычке и произвольным фиксированным направлением.

Сопротивление перемычки R существенно различно в двух предельных случаях: 1) характерная ширина перемычки r_0 порядка радиуса закругления ρ перемычки (см. рисунок) и 2) $r_0 << \rho$. В первом случае $R_1 = (1/\pi D) \ln p_0 / r_0$, где D — диагональная компонента тензора $\hat{D}$ вдоль образующей перемычки, p_0 — характерный радиус большой группы. Во втором случае $R_2 = (1/2D)\sqrt{\rho / r_0}$, причем, оказывается, характерная длина перемычки $\ell \sim \sqrt{\rho r_0}$.



Отметим, что при наличии перемычек второго типа в промежуточной области температур, когда $\ell >> q \sim T/s >> r_0$, развитый подход остается в силе, однако диффузия имеет одномерный характер. Оказывается, при этом сопротивление перемычки $R \approx R_2 T / s r_0 \sim T^{-4}$. Соответственно и сопротивление металла будет пропорционально T^4, в отличие от закона Блоха T^5, который будет справедливым лишь при $T << s r_0$. Возможно, этот результат объясняет экспериментально известный закон T^4 для Al.

Отметим, наконец, что диффузионное уравнение (1) может быть решено точно в случае слабой связи, при условии, что сфера Гаррисона пересечена только одной парой брэгговских плоскостей.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
5 апреля 1971 г.

Литература

[1] Р.Пайерлс. Квантовая теория твердых тел. ИИЛ, 1956.