

## ОБРЫВ ПЕРЕТЯЖЕК НА ПЛАЗМЕННЫХ ПИНЧАХ С ТОКОМ

Б.А. Трубников, С.К. Жданов

Найдены аналитические решения, описывающие полный обрыв длинноволновых перетяжек на скинированном плазменном Z-пинче.

1. В работе <sup>1</sup> численно исследована нелинейная эволюция перетяжек (мода  $m=0$ ) на пинче, которые ранее рассматривались в 1952 г. в нашей работе <sup>2</sup> в линейном приближении. Авторы <sup>1</sup> пользовались несжимаемой моделью, однако им не удалось проследить процесс полного обрыва перетяжки, так как ситуация  $a_{\text{макс}} \rightarrow \infty$  возникала раньше, чем  $a_{\text{мин}} \rightarrow 0$ , и численный счет далее был невозможен. Ниже нами найдено точное решение тех же уравнений, что и в <sup>1</sup>, но приводящее к полному обрыву перетяжки, который по мнению авторов является наиболее существенным явлением в плазменных пинчах и неизбежно должен сопровождаться новым повторным пробоем тока на периферии перетяжек, что по-видимому и наблюдается на опыте и проявляется в виде филаментации тока <sup>3,4</sup>.

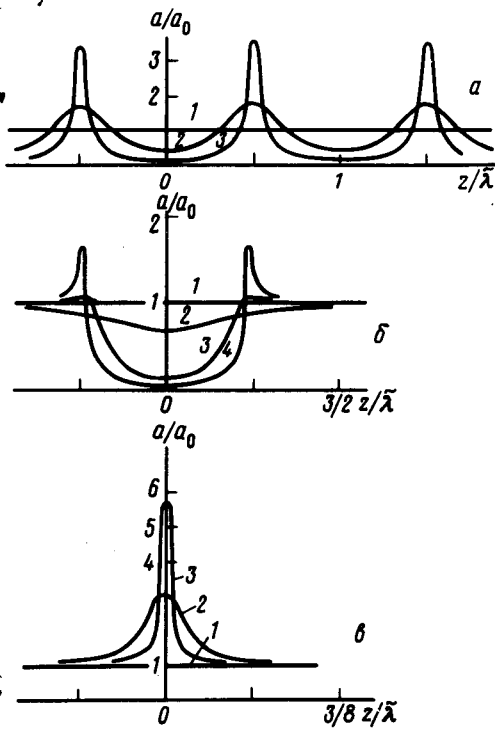
2. В отличие от <sup>1</sup> используем для пинча модель сжимаемого газа

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{v} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\rho^{-1} \nabla p, \quad p \sim \rho^\gamma \quad (1)$$

с давлением  $p = B^2 / 8\pi = p_0 (a_0/a)^2$  на границе пинча  $r = a(z, t)$ . В приближении длинных волн пренебрегаем изменением по сечению шнура функций  $p$ ,  $\rho$  и  $v_z$ , считая  $v_r = rf(z, t)$ . В этих условиях полезно ввести безразмерную искомую функцию  $A = (a/a_0)^m$ , где  $m = (\gamma - 1) / \gamma$ . Тогда система (1) вместе с уравнением для границы приводит к двум уравнениям

$$\frac{\partial}{\partial t} A^2 + \frac{\partial}{\partial z} v A^2 = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -c_0^2 \frac{\partial}{\partial z} A^{-2}, \quad (2)$$

где  $c_0^2 = \gamma p_0 / (\gamma - 1) \rho_0 = \gamma c_A^2 / 2(\gamma - 1)$ ,  $c_A = B_0 / \sqrt{4\pi\rho_0}$ . Хотя система (2) описывает сжимаемую модель, она тем не менее в точности совпадает с несжимаемой моделью <sup>1</sup>, отличаясь от последней лишь степенью зависимости величины  $A$  от радиуса пинча  $a$ .



Форма границы плазменного шнура для периодических перетяжек (а), одиночной перетяжки (б) и одиночного выброса плазмы (в). Параметр  $\tau = -\pi c_0 t / \tilde{\lambda}$ : а - 1 - 3:  $\tau = \infty$ ; 0,314; 0,0628. б - 1 - 4:  $\tau = \infty$ ; 1,42; 0,142; 0,036. в - 1 - 3:  $\tau = \infty$ ; 0,142; 0,036

3. Нами было обнаружено, что система (2) имеет некоторое частное, но во всех отношениях удовлетворительное решение, которое можно получить преобразованием годографа и записать в следующей параметрической форме ( $k$  и  $\varphi$  - параметры):

$$A = \Delta'^2 / k, \quad V = v / 2c_0 = (k' / \Delta')^2 \sin \varphi \cos \varphi, \quad \pi c_0 t / \tilde{\lambda} = (E - K) / \Delta', \quad (3)$$

$$\pi z / \tilde{\lambda} = V \frac{\partial}{\partial \varphi} \Lambda_0 - \Lambda_0, \quad \Lambda_0 = KE(\varphi, k') + (E - K)F(\varphi, k').$$

Здесь  $\tilde{\lambda}$  - длина волны "затравочной" перетяжки, которая считается заданной, как это принято и в работе <sup>1</sup>,  $K = K(k)$  и  $E = E(k)$  - полные, а  $F(\varphi, k')$  и  $E(\varphi, k')$  - неполные эллиптические интегралы, где  $k' = \sqrt{1 - k^2}$ , и наконец  $\Delta' = \sqrt{1 - k'^2 \sin^2 \varphi}$ . В пределе  $t \rightarrow -\infty$  решение (3) имеет асимптотический вид

$$A = 1 + \delta_t \cos Z, \quad V = -\delta_t \sin Z, \quad Z = 2\pi z / \tilde{\lambda}, \quad \delta_t = 8e^{T-2}, \quad T = 2\pi c_0 t / \tilde{\lambda}, \quad (4)$$

который в точности соответствует линейному приближению. Для одной гармоники с заданной длиной волны  $\tilde{\lambda}$ . Исследуя нелинейные эффекты, содержащиеся в (3), замечаем, что при угле  $\varphi = 0$  имеем  $A_{\text{макс}} = 1/k$ , тогда как при  $\varphi = \pi/2$  имеем  $A_{\text{мин}} = k$ , вследствие чего зависимости величин  $A_{\text{макс}}$  и  $A_{\text{мин}}$  от времени  $T$  определяются двумя различными уравнениями

$$T = 2[E(A_{\text{макс}}^{-1}) - K(A_{\text{макс}}^{-1})], \quad T = 2A_{\text{мин}}^{-1} [E(A_{\text{мин}}) - K(A_{\text{мин}})], \quad (5)$$

решая которые найдем, что непосредственно накануне обрыва в пределе  $t \rightarrow -0$  приближенно  $A_{\text{макс}} = \sqrt{-\pi / 2T}$ , тогда как  $A_{\text{мин}} = -2T / \pi$  ( $T < 0$ ). Это означает, что максимальный и минимальный радиусы пинча зависят от времени как

$$a_{\text{макс}} = a_0 (-\tilde{\lambda} / 4c_0 t)^s, \quad a_{\text{мин}} = a_0 (-4c_0 t / \tilde{\lambda})^{2s}, \quad s = \gamma / 2(\gamma - 1), \quad (6)$$

так что в точном решении (3) ситуации  $a_{\text{макс}} \rightarrow \infty$  и  $a_{\text{мин}} \rightarrow 0$  возникают одновременно, в отличие от численных результатов работы <sup>1</sup>.

4. Приведенное выше решение (3) соответствует периодическим вдоль пинча перетяжкам (рис. а). Пример не периодических, а локализованных возмущений, дает другое частное решение, для которого

$$-\pi z/\tilde{\lambda} = 3\Lambda_0/2 + 3\pi/4 + \left[ \left( \frac{1+k^2}{\Delta'^2} - 4 \right) H(k) - 3k'^2 K \right] \sin 2\varphi/4\Delta',$$

$$\pi c_0 t/\tilde{\lambda} = H(k) \cos 2\varphi/2\Delta', \quad (7)$$

$$H(k) = \frac{1+k^2}{k'^2} E - K,$$

а величины  $A$  и  $V$  по-прежнему заданы (3). В области параметров  $\tilde{\lambda} > 0, |\varphi| > \pi/4$  эти соотношения определяют одиночную перетяжку (рис. б), а при выборе  $\tilde{\lambda} < 0, |\varphi| < \pi/4$  — одиночный выброс плазмы (рис. в).

Развитие одиночной перетяжки, также как и периодических, завершается полным обрывом, причем характер изменения во времени максимального и минимального радиусов пинча такой же, как в (6).

В работе <sup>5</sup>, нами оценена роль дисперсии, определяемой малыми членами  $\sim (a_0/\tilde{\lambda})^2$ . Учет последней ведет к возможности дробления одиночной перетяжки на семь более мелких "субперетяжек", что и наблюдается на опыте <sup>4</sup>.

5. Любопытно, что в подавляющем большинстве теоретических работ по пинчам возможность полного пережатия перетяжек игнорируется, что по нашему мнению является ошибочным. Именно полный их обрыв, который неизбежно должен почти сразу же (за время порядка  $a_0/c_A$ ) вызвать новый дополнительный пробой тока вблизи перетяжки по новому каналу в виде полого цилиндра или в виде отдельных токовых нитей, и является тем "фокусом", который преподносят нам пинчи с большими токами. После повторного пробоя основной ток постепенно переходит на периферию, а ток в остаточном центральном пинче быстро убывает. При наличии сбоку от центрального пинча холодной редкой плазмы вблизи бывших перетяжек могут возбуждаться интенсивные колебания с частотами порядка нижнегибридной, как это показано в наших работах <sup>6-8</sup>.

#### Литература

1. Book D.L., Ott E., Lampe H. Phys. Fluids, 1976, 19, 1982.
2. Трубников Б.А. О неустойчивости цилиндра плазмы, в книге "Физика плазмы и Проблема УТР". М.: изд. АН СССР, 1958, 1, 289.
3. Bertalot L. et al. In Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1980 (Proc. 8 th Int. Conf. Brussels, 1980), 2, p. 177, IAEA-CN-38/G-1-2, Vienna, 1981.
4. Sadowski M., Herold H., Schmidt H., Shakhatre M. Phys. Lett., 1984, 105A, 117.
5. Трубников Б.А., Жданов С.К. Об интегрируемости уравнений гидродинамики неустойчивых сред, М., Препринт МИФИ, № 001-84, 1984.
6. Трубников Б.А. О возможном механизме нейтронного эффекта при мощных импульсных разрядах в дейтерии, в книге "Физика плазмы и Проблема УТР", М.: изд. АН СССР, 1958, 4, 87.
7. Трубников Б.А., Жданов С.К. ЖЭТФ, 1976, 70, 93.
8. Жданов С.К., Трубников Б.А. Письма в ЖЭТФ, 1978, 28, 61.