Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 585 – 587 *5 июня 1971 г.*

ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

В. Б. Брагинский, М. Б. Менский

Предложенные до сих пор детекторы гравитационных волн основаны на взаимодействии волны с механической системой [1 – 3] и поэтому частота принимаемой гравитационной волны не может быть слишком большой. Эту частоту можно существенно увеличить, если использовать вместо масс электромагнитные поля специальной конфигурации. Ниже будет описан детектор, реализующий эту возможность и позволяющий принимать волны длиной $\sim 10^3 \div 1$ *см*. В этом детекторе используется специфический гравитационно-электромагнитный резонанс (ГЭР), который позволяет достигнуть чувствительность $\sim 10^{-2}$ *эрг/сек·см*^{2} или большей.

Детектор представляет собой кольцевой волновод, в котором распространяется цуг электромагнитных волн, заполняющий все кольцо или бо́льшую часть его. В двух точках кольца, отстоящих друг от друга на угол $90°$, производится непрерывный отсос электромагнитных волн и измеряется разность фаз полученных таким образом сигналов. Если перпендикулярно плоскости волновода падает плоская поляризованная гравитационная волна частоты ω_g вдвое большей, чем частота вращения цуга электромагнитных волн, то разность фаз должна пульсировать с амплитудой, растущей пропорционально квадрату времени.

Для того, чтобы показать, это, рассмотрим соседние участки цуга электромагнитных волн в волноводе. Для простоты можно говорить о двух фотонах, расположенных в пространственно-временных точках, отстоящих на $\delta \ell$, где временна́я компонента $\delta \ell^0 = 0$. Пусть импульсы фотонов отличаются на δk (сравнение производится с помощью параллельного переноса вдоль интервала $\delta \ell$). Можно показать, что через интервал времени $\Delta x^0 = c\Delta t$ разность импульсов изменится на

$$\Delta \delta k^i = \Delta_0 \delta k^i - \frac{1}{k^0} R^i_{\cdot jk\ell} k^j \delta \ell^k k^\ell \Delta x^0 ,$$

где через $\Delta_0 \delta k$ обозначено изменение разности импульсов, обусловленное взаимодействием с волноводом, а второй член описывает действие гравитационного поля.

В системе покоя волновода в отсутствие гравитационного поля энергия фотона сохраняется. Следовательно, $\Delta_0 \delta k^0 = 0$ и для δk^0 получаем уравнение

$$k^0 \frac{d\delta k^0}{dx^0} = - R^{0}_{\cdot jk\ell} k^j \delta \ell^k k^\ell . \quad (1)$$

Положим $\delta \ell^a = n^a \delta \ell$, где $\{n^a\}$ – единичный вектор (пространственный), а $\delta \ell$ – число. Тогда $k^a = n^a k^0$. Используя эти обозначения, а также свойства симметрии тензора кривизны и предположение о слабости гравитационного поля, получим для δk^0 или, что то же, для разности частот $\delta\omega_e$ уравнение

$$\frac{d\delta\omega_e}{dt} = c\omega_e K_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta \delta \ell , \quad (2)$$

где $K_{\alpha\beta} = R_{0\alpha 0\beta}$ – симметричная матрица.

Учтем теперь, что движение фотонов происходит в условиях кольцевого волновода. Следовательно, вектор n должен вращаться в плоскости (скажем, в плоскости $x^3 = 0$) с частотой $\omega_0 = c/r$, где r – радиус волновода.

Введем вместо $\delta \ell$ угловое расстояние между фотонами δa, так что $\delta \ell = r\delta a$, и предположим, что главные оси матрицы K совпадают с осями системы координат. Собственные значения ее выберем в виде $\lambda_i = \Lambda_i \cos \omega_g t$. Переписывая в этих обозначениях уравнение (2) и интегрируя его по t, можно показать, что $\delta\omega_e$ содержит член, пропорциональный времени

$$\delta\omega_e = - \frac{1}{4} t(\Lambda_1 - \Lambda_2) c\omega_e r \delta a \cos 2a . \quad (3)$$

Эта формула для сдвига частоты справедлива в случае, когда сравниваемые участки электромагнитной волны расположены близко друг к другу. Формулу для конечного углового расстояния $a_2 - a_1$ можно получить интегрированием по δa:

$$\Delta\omega_e = - \frac{t}{2} \frac{c^2 \omega_e}{\omega_g} (\Lambda_1 - \Lambda_2) \cos (a_2 + a_1) \sin (a_2 - a_1), \quad (4)$$

(мы выразим r через ω_g).

За счет разности частот будет накапливаться сдвиг фаз электромагнитных колебаний на двух участках. Этот сдвиг находится интегрированием по времени:

$$\phi_2 - \phi_1 = \frac{t^2}{4} \frac{c^2 \omega_e}{\omega_g} (\Lambda_1 - \Lambda_2) \cos (a_2 + a_1) \sin (a_2 - a_1) . \quad (5)$$

Для того, чтобы получить оценку полезного эффекта, нам остается выразить величину $(\Lambda_1 - \Lambda_2)$ через поток энергии гравитационной волны. Пользуясь формулами [4] для плоской гравитационной волны, распространяющейся в направлении оси x^3; можно выразить $(\Lambda_1 - \Lambda_2)$ через поток гравитационной энергии I:

$$\Lambda_1 - \Lambda_2 = \frac{4\omega_g}{c^2}\sqrt{\frac{2\pi G I}{c^3}}. \qquad (6)$$

Подставляя это выражение в формулу (8), находим окончательно

$$\phi_2 - \phi_1 = -\omega_e t^2 \sqrt{\frac{2\pi G I}{c^3}} \cos(a_2 + a_1)\sin(a_2 - a_1). \qquad (7)$$

Эта формула относится к двум точкам цуга электромагнитных волн, вращающихся с определенными фазами (a_1, a_2) относительно гравитационной волны. Если же фиксируются положения (β_1, β_2) этих точек относительно волновода, то

$$\phi_2 - \phi_1 = -\omega_e t^2 \sqrt{\frac{2\pi G I}{c^3}} \cos(\omega_g t - \beta_1 - \beta_2)\sin(\beta_2 - \beta_1), \qquad (8)$$

т. е. разность фаз будет меняться синусоидально с амплитудой, растущей пропорционально квадрату времени. Максимальная амплитуда (соответствующая значению $\beta_2 - \beta_1 = \pi/2$, т. е. расположению точек съема через четверть окружности) равна:

$$\Delta\phi_{max} = \sqrt{\frac{2\pi G I}{c^3}}\,\omega_e t^2. \qquad (9)$$

Подставляя в (9) $\omega_e = 6\cdot 10^{10}$ *сек*$^{-1}$, $t = 1$ *сек*. (Это время "звона" в сверхпроводящих СВЧ резонаторах [5]) получим , что для измерения потока гравитационного излучения $I = 1\cdot 10^{-2}$ *эрг/сек·см*^{2} необходимо регистрировать $\Delta\phi = 1\cdot 10^{-9}$ *рад*. Ясно, что увеличение добротности сверхпроводящих резонаторов (или, что то же, увеличение t) а также уменьшение различимых сдвигов фаз приведет к повышению чувствительности такого детектора. Если ω_g не равна $2c/r$, то в (9) фактор $\omega_e t^2$ следует заменить на ω_e/Ω^2, где частота биений $\Omega = \omega_g - (2c/r)$. Подчеркнем еще раз, что такая относительно высокая чувствительность есть следствие резонанса между частотой гравитационной волны и частотой вращения поля в резонаторе (ГЭР).

Физический факультет
Московского
государственного университета
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
18 марта 1971 г.

Литература

[1] Дж. Вебер. Теория относительности и гравитационные волны, ИИЛ, 1962.

[2] D.H.Douglass. Proc of Caltech Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, 1970.

[3] В.Б.Брагинский, В.С.Назаренко. ВМУ, сер. III , №1, 115, 1971.

[4] Л.Д.Ландаv. Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., 1960.

[5] J .Turneaure, I.Weissman. J. Appl. Phys., 39, 4417, 1968.