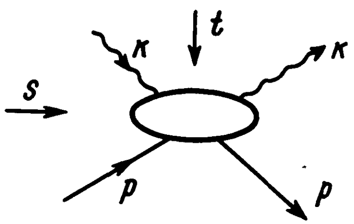
Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 650 – 653 *5 июня 1971 г.*

О СТЕПЕННОМ РОСТЕ С ЭНЕРГИЕЙ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ С БОЛЬШИМ СПИНОМ

Л. Л. Франкфурт

При обсуждении реальных процессов иногда используется амплитуда вне массовой поверхности (см., например, [1]). В этой статье указано на опасности, связанные с такими рассуждениями. Выяснилось, что для рассеяния частиц с большим спином высокоэнергетическая



асимптотика амплитуды вне массовой поверхности существенно отлична от асимптотики амплитуды на массовой поверхности. Вначале, используя метод из работы [2], покажем, что реальная часть амплитуды упругого рассеяния виртуального скалярного мезона на бесспиновой мишени убывает с ростом энергии не быстрее чем s^{-2} (обозначения соответствуют рис. 1). Термин "виртуальный"мезон понимается в смысле обычной квантовой теории поля. При этом определены как понятие амплитуды вне массовой поверхности, так и способ аналитического продолжения по массе частицы. Для справедливости дальнейших рассуждений важно, что все частицы обладают ненулевой массой покоя. Напишем дисперсионное представление по энергии для амплитуды упругого рассеяния виртуального мезона:

$$A(s, t=0, \ k^2) = \frac{1}{\pi}\int_{s_0}^{\infty} \frac{A_s(s', k^2)}{s'-s}\, ds' + \frac{1}{\pi}\int_{u_0}^{\infty} \frac{A_u(u', k^2)}{u'-u}\, du'. \qquad (1)$$

Здесь $A_s(s, k^2)$и $A_u(u, k^2)$ мнимые части A в s- и u-каналах. Они положительны при k^2 ниже особенностей. Это следует из рассмотрения графиков Фейнмана и соответствует положительности полного сечения рассеяния виртуального мезона. Вычислим асимптотику реальной части A при условии, что A_s, (s, k^2) и $A_u(u, k^2)$ быстро убывают с ростом s и $\int_{s_0}^{\infty} A_s(s', k^2)ds' = \int_{u_0}^{\infty} A_u(u', k^2)du'$

$$\lim_{s\to\infty} s^2A(s, k^2) = -\frac{1}{\pi}\left\{\int_{u_0}^{\infty} A_u(u', k^2)(u'-u_0)\,du' + \right.$$

$$\left. + \int_{s_0}^{\infty} A_s(s', k^2)[s'-s_0]\,ds' + \int_{u_0}^{\infty} A_u(u', k^2)[s_0 + u_0 - 2\mu^2 - 2k^2]du'\right\}. \qquad (2)$$

Здесь μ – масса мишени. Если выбрать в качестве мишени π мезон-частицу с наименьшей адронной массой, то $s_0 + u_0 - 2\mu^2 \geqslant 0$. Т. е. при $k^2 \leqslant 0$ $\lim_{s\to\infty} s^2A(s, k^2) \neq 0$. Этот результат является обобщением утверждений работ [2, 3] на случай, когда амплитуда имеет полюса ниже двухчастичного порога.

Аналогично можно показать, что реальная часть амплитуды рассеяния виртуального тензорного мезона растет с энергией не медленнее чем s^2. Пусть тензорный мезон упруго рассеивается на бесспиновой мишени (если мишень обладает ненулевым спином, то по ее поляризациям необходимо просуммировать). Вследствие PT-инвариантности амплитуда рассеяния вперед описывается тензором, симметричным по всем четырем индексам:

$$T_{\mu\lambda,\alpha\beta} = A_1 p_\mu p_\lambda p_\alpha p_\beta + A_2[\delta_{\mu\lambda}\delta_{\alpha\beta} + \cdot\cdot] - A_3[\delta_{\mu\lambda} p_\alpha p_\beta + \cdot\cdot]. \qquad (3)$$

Здесь p – импульс мишени, а k – импульс тензорного мезона. В формуле (3) не выписаны в явном виде симметризующие добавочные слагаемые и члены, пропорциональные k. В качестве независимых единичных векторов поляризации при $k^2 < 0$ можно использовать

$$\epsilon^{\pm} = (1/\sqrt{2})(0, 0, 1, \pm i), \quad \epsilon^{L} = (k_z, k_0)/\sqrt{-k^2}. \qquad (4)$$

Эти вектора обладают полезными свойствами ортогональности: $(\epsilon^{\pm}, k) = (\epsilon^L, k) = 0$, $(\epsilon^e, \epsilon^n) = a_n \delta_{en}$, где $a_n = -1$ для $\epsilon^n = \epsilon^{\pm}$ и $a_n = 1$ для $\epsilon^n = \epsilon^L$. Свернем амплитуду (3) с векторами поляризации

$$\mathrm{Im}\, T^{++} = \mathrm{Im}\, T_{\mu\lambda,\,\alpha\beta}\epsilon^+_\mu \epsilon^+_\lambda (\epsilon^+_\alpha \epsilon^+_\beta)^* = 2\,\mathrm{Im}\, A_2\,,$$

$$\mathrm{Im} T^{+L} = \mathrm{Im}\, T_{\mu\lambda,\,\alpha\beta}\epsilon^+_\mu \epsilon^L_\lambda (\epsilon^+_\alpha \epsilon^L_\beta) = \mathrm{Im} A_3 (p\epsilon^L)^2 - \mathrm{Im}\, A_2\,, \tag{5}$$

$$\mathrm{Im} T^{LL} = \mathrm{Im}\, T_{\mu\lambda,\,\alpha\beta}\epsilon^L_\mu \epsilon^L_\lambda (\epsilon^L_\alpha \epsilon^L_\beta)^* = \mathrm{Im} A_1 (p\epsilon^L)^4 + 3\mathrm{Im}\, A_2 - 6\,\mathrm{Im}\, A_3 (p\epsilon^L)^2 .$$

Все мнимые части в (5) больше нуля, так как это соответствует положительности сечений рассеяния поляризованных мезонов. Из этих неравенств легко вывести, что

$$\mathrm{Im}\, A_1 (p\epsilon^L)^4 \geqslant 3\mathrm{Im}\, A_2 + 6[\mathrm{Im} A_3 (p\epsilon^L)^2 - \mathrm{Im} A_2]\,. \tag{6}$$

Из положительности $\mathrm{Im}\, A_1$ следует (см. формулу (2)), что A_1 не может убывать быстрее, чем s^{-2}. Итак показано, что одна из амплитуд: T^{LL}, T^{+L} или T^{++} при $k^2 \leqslant 0$ растет с энергией не медленнее, чем s^2. При упругом рассеянии гравитона, именно , T^{++} растет с энергией (T^{LL} и T^{+L} равны нулю при $k^2 = 0$). Последнее утверждение доказано только в низшем порядке по гравитационному взаимодействию, так как рассуждения основаны на отсутствии в теории частиц с нулевой массой покоя. Тем же методом можно доказать, что при $k^2 \leqslant 0$ реальная часть амплитуды рассеяния любого мезона со спином J растет не медленнее чем s^{2J-2}. Для рассеяния фермионов со спином J непосредственное использование таких аргументов приводит к асимптотике типа s^{2J-3}.

Степенной рост с энергией амплитуд рассеяния виртуальных частиц не противоречит неравенству Фруассара [4], так как для них отсутствует билинейное условие унитарности (продолжая условие унитарности по массам внешних частиц, мы не затрагиваем промежуточных частиц, которые остаются на массовой поверхности). Этот результат можно усилить воспользовавшись аналитичностью A_1 по k^2. Здесь под $A_1(s, k^2)$ понимается инвариантная функция в амплитуде рассеяния виртуального мезона со спином J, стоящая при максимальном числе импульсов мишени. Если A_1 убывает как s^{-2} при $k^2 \leqslant 0$ – тогда аналитичность по k^2 и ограничения, накладываемые условием унитарности (теоремой Фруассара) совместны только, если коэффициент в амплитуде при s^{2J-2} обращается в ноль на массовой поверхности (он не равен нулю тождественно по k^2 из-за аналитичности). Если A_1 при $k^2 \leqslant 0$ убывает медленнее чем s^{-2}, тогда вблизи массовой поверхности амплитуда может не содержать слагаемого, быстро растущего с энергией. Примером служит функция $s^{2J-2+\beta(k^2)}$, где $\beta(k^2)$ убывает с ростом k^2.

Если частицы реджезованы, тогда обсуждавшиеся выше трудности отсутствуют потому, что в этом случае нет математического объекта-амплитуды вне массовой поверхности, так как одновременно с массой изменяется и спин частицы. Результаты, полученные в статье, служат серьезным аргументом в пользу точки зрения, что физические величины для любых процессов должны выражаться через амплитуды реальных процессов.

Автор благодарен Я.И.Азимову, В.Н.Грибову за стимулирующие обсуждения.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 апреля 1971 г.

Литература

[1] R.Dashen. M.Gell-Mann. In Proceedings of the Coral Cables Conference on Symmetry Principles at High Energy, 1966.

[2] B.Simon. Phys. Rev., D, 1, 1240, 1970.

[3] V.S.Vin, A.Martin. Phys. Rev., 135B, 1369, 1964,

[4] M.Froissart. Phys. Rev., 123, 1053, 1961.