*Письма в ЖЭТФ, том 13, стр. 713 – 715* *20 июня 1971 г.*

# КОГЕРЕНТНОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ УЛЬТРАВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ В КРИСТАЛЛАХ

*А.И. Ахиезер, П.И. Фомин, Н.Ф. Шульга*

Тормозное излучение электронов и позитронов в области энергий $\epsilon_1 \gtrsim 1$ *Гэв* носит когерентный характер при малых углах наклона $\theta$ первичного пучка к оси кристалла. Теория эффекта в первом борновском приближении была дана в [1 – 3]. В этом приближении излучение электронов и позитронов не различается.

Мы хотим показать, что при достаточно малых углах $\theta$ когерентный эффект увеличивает относительный вклад второго и высших борновских приближений – параметром разложения вместо обычного $Ze^2$ становится $Ze^2/\epsilon_1 a\theta^2$, где $\epsilon_1$ – энергия электрона и $a$ – постоянная решетки. Это приводит к существенному различию излучения электронов и позитронов при малых углах $\theta$ даже в кристаллах легких элементов.

Сечение с учетом первого и второго борновских приближений имеет вид

$$d\sigma = Z^2 a^3 \frac{p_2}{p_1} \frac{\pi}{a^3} \sum_{\mathbf{g}} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{g})[S_1 V^2(\mathbf{g}) + \\ + 2\,\mathrm{Re}\,v(\mathbf{g}) a^{-3} \sum_{\mathbf{g}_1} S_2 v(\mathbf{g}_1) v(\mathbf{g} - \mathbf{g}_1)]\omega\, d\omega\, dO\, dO_2 . \tag{1}$$

Здесь $S_1$ и $S_2$ – шпуры произведений матриц, строящихся обычным образом по фейнмановским графикам [4]; $v(\mathbf{g}) = (\mathbf{g}^2 + \rho^{-2})^{-1}$ – компонента Фурье экранированного кулоновского потенциала, $\rho$ – радиус экранирования; $\mathbf{g}$, $\mathbf{g}_1$ – векторы обратной решетки, $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{k}$ – переданный кристаллу импульс. $S_1$ и $S_2$ содержат знаменатели типа

$$\kappa = 2\mathbf{p}_1\mathbf{g} - \mathbf{g}^2 = 2\epsilon_1 g_\ell (1 - g^2/2\epsilon_1 g_\ell),$$

$$r = 2\mathbf{p}_2\mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_1^2 = 2\epsilon_2 g_{1\ell}(1 + g_1^2/2\epsilon_2 g_{1\ell} + \mathbf{n}_\perp \mathbf{g}_1/g_{1\ell}),$$

где $g_\ell$ – проекция $\mathbf{g}$ на $\mathbf{p}_1$. Из кинематики процесса следует [1-3], что $g_\ell \geqslant \delta = \omega m^2/2\epsilon_1\epsilon_2$.

Мы рассмотрим для простоты кубическую решетку и будем считать, что импульс $\mathbf{p}_1$ лежит в кристаллической плоскости $xz$ ($\theta$ – угол $\mathbf{p}_1$ с осью кристалла $z$). Основной когерентный вклад в сечение (1) дают тогда векторы обратной решетки с $g_z = g_{1z} = 0$. Для них $g_\ell = \theta g_x$, $g_{1\ell} = \theta g_{1x}$, что приводит к появлению множителей $\theta^{-2}$ в $S_1$ и $\theta^{-3}$ в $S_2$.

Для значений $\mathbf{g}$ и $\mathbf{g}_1$, которые дают основной вклад в сечение, вторые и третьи слагаемые в скобках в выражениях для $\kappa$ и $r$ малы, что позволяет существенно упростить выражения для $S_1$ и $S_2$, причем в $S_2$ при этом выделяется дополнительный множитель $\theta^{-1}$. Выполнив далее интегрирование по $dO\,dO_2$, получим

$$d\sigma = Z^2 a^3 \frac{p_2}{p_1}\frac{(4\pi)^2}{a^3}\sum_{g_x, g_y}\Big[\bar{S}_1 v^2(\mathbf{g}) +$$

$$+ 2v(\mathbf{g})a^{-3}\sum_{g_{1x}, g_{1y}}\bar{S}_2 v(\mathbf{g}_1)v(\mathbf{g}-\mathbf{g}_1)\Big]\delta\frac{d\omega}{\omega}, \qquad (2)$$

где

$$\bar{S}_1 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\frac{g_\perp^2}{g_\ell^2}\left[1 + \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2 - 4\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\frac{\delta}{g_\ell}\left(1 - \frac{\delta}{g_\ell}\right)\right],$$

$$\bar{S}_2 = 4\pi\frac{Za}{\epsilon_1 a\theta^2}\left[1 - 2\frac{g_x^2}{g_\perp^2}\frac{\delta}{g_\ell}\left(1 - \frac{\delta}{g_\ell}\right)\right]\frac{g_1 g_2}{g_{\ell x}^2}\frac{g^2 + g_1^2 - g_2^2}{g_\ell^2},$$

$$\mathbf{g}_2 = \mathbf{g} - \mathbf{g}_1, \quad g_\perp^2 = g_x^2 + g_y^2, \quad \omega/\epsilon_1 \ll 1.$$

Вычисление сумм, входящих в $d\sigma$ в реальном случае трехмерного кристалла приводит к трудностям. Мы рассмотрим поэтому модель, отличающуюся от реального кристалла усреднением потенциала по оси $y$. Это усреднение сводится к наложению условий $g_y = g_{1y} = 0$ в суммах (2).

Сумму по $g_{1x}$ можно с хорошей точностью заменить интегралом.

Считая, что $\omega/\epsilon_1 \ll 1$, мы получим в результате

$$d\sigma = Z^2 a^3 \frac{(4\pi)^2}{a^3}\sum_{g_x \geqslant \delta\theta^{-1}}\frac{\exp(-Ag_x^2)}{(g_x^2 + \rho^{-2})^2}\frac{2\delta}{\theta^2} \times$$

$$\times\left[1 - \frac{2\delta}{g_\ell}\left(1 - \frac{\delta}{g_\ell}\right)\right]\left(1 + \frac{2\pi Z a}{\epsilon_1 a\theta^2}\frac{\rho}{a}\frac{3}{4 + \rho^2 g_x^2}\right)\frac{d\omega}{\omega}, \qquad (3)$$

где введен множитель $\exp(-Ag_x^a)$, учитывающий тепловое движение атомов кристалла [1 - 3].

В этом выражении в случае позитронов $Z > 0$, а в случае электронов $Z < 0$, поэтому второе борновское приближение увеличивает сечение излучения позитронов по сравнению с электронами. С уменьшением угла $\theta$ этот эффект растет как $\theta^{-2}$. При очень малых $\theta$, когда вклад второго приближения становится сравнимым с вкладом первого, формула (3) перестает быть справедливой, и необходим учет высших борновских приближений.

Заметим, что некогерентная часть сечения не приводит к заметному различию излучения электронов и позитронов.

Для реального трехмерного кристалла в выражении для второго борновского приближения появляется дополнительный, по сравнению с (3), множитель $(a/\rho)^2 >> 1$, а относительный вклад второго приближения становится порядка $Za/\epsilon\rho\theta^2$.

Харьковский
государственный институт
им. А.М.Горького

Поступила в редакцию
8 апреля 1971 г.

## Литература

[1] М.Л.Тер-Микаелян. ЖЭТФ, 25, 296, 1953.

[2] H.Überall. Phys. Rev., 103, 1055, 1956.

[3] G.Diambrini. Rev. Mod. Phys., 40, 611, 1968.

[4] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, М., 1969.