

### О ВОЗМОЖНОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ АМПЛИТУДАМИ ПРОЦЕССОВ

$$e^+e^- \rightarrow 3\pi, \quad \gamma\gamma \rightarrow 3\pi \quad \text{И} \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

*М.В.Терентьев*

Рассмотрим в однофотонном приближении инвариантный матричный элемент (МЭ) процесса  $e^+e^- \rightarrow 3\pi$  (см. рис.1) вблизи порога

$$+ \frac{e}{q^2} \bar{v}(k') \gamma_\nu u(k) J_\nu(p_1, p_2, p_3), \quad (1)$$

где

$$J_\nu = \langle p_1 a, p_2 b, p_3 c | i_\nu(0) | 0 \rangle = ih \epsilon_{abc} \epsilon_{\nu\alpha\beta\gamma} p_{1\alpha} p_{2\beta} p_{3\gamma}. \quad (2)$$



Рис. 1

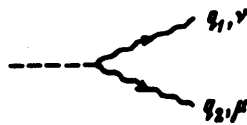


Рис. 2

Здесь  $a, b, c$  - изотопические индексы  $\pi$ -мезонов,  $i_\nu$  - электромагнитный ток адронов ( $i_\nu = \frac{1}{2} e \bar{\psi} (1 + \tau_3) \gamma_\nu \psi + \dots$ ). Будем предполагать, что  $h$  является постоянной, что, по-видимому, разумно вблизи порога.

Рассмотрим далее МЭ распада  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  (см. рис.2):

$$M_{\nu\mu} = f \epsilon_{\nu\mu\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta}, \quad (3)$$

где  $f$  связана с временем жизни  $\pi^0$ -мезона:  $\tau = 64\pi/f^2 \mu^3$ ,  $\mu$  — масса  $\pi$ -мезона. При весьма правдоподобных предположениях мы покажем далее, что

$$h = f / eF_\pi^2, \quad (4)$$

где  $F_\pi = 0,93\mu/\sqrt{2}$  — постоянная распада  $\pi^+$ -мезона.

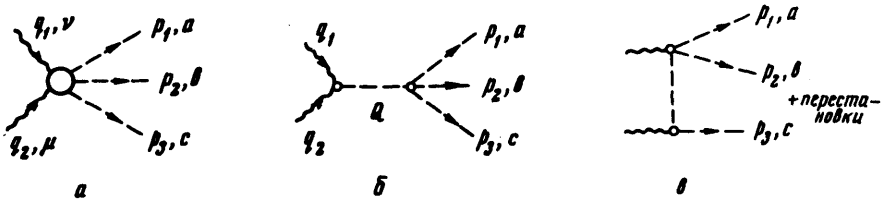


Рис. 3

Наиболее простой вывод соотношения (4) следует, как ни странно, из рассмотрения свойств более сложной амплитуды  $R_{\nu\mu}$ , описывающей процесс  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi$  (см. рис.3, а):

$$R_{\nu\mu}^{abc} = i \int dx e^{-iq_1 x} \langle p_{1a}, p_{2b}, p_{3c} | T(i_{\nu}(x) j_{\mu}(0)) | 0 \rangle \equiv R_{\nu\mu}^{pole} + R_{\nu\mu}^{cont}. \quad (5)$$

После явного выделения полюсных членов ( $R_{\nu\mu}^{pole}$ ) оставшаяся контактная часть амплитуды ( $R_{\nu\mu}^{cont}$ ) должна разлагаться в ряд по степеням импульсов  $p_i, q_i$ . Ограничиваясь низшими членами разложения и учитывая требования  $G$ -четности и Бозе-симметрии, мы получим, что контактная часть равна:

$$R_{\nu\mu}^{cont} = \epsilon_{\nu\mu\alpha\beta} (-A(q_1 - q_2)_\alpha p_{1\beta} + B q_{1\alpha} q_{2\beta}) \delta_{3a} \delta_{bc} + \text{перест: } (p_{1, a} \rightarrow p_{2, b} \rightarrow p_{3, c}), \quad (6)$$

где  $A$  и  $B$  некоторые постоянные. Полюсная часть амплитуды (5) равна сумме графиков на рис.3,б и 3,в. Полюсной член на рис.3,б включает амплитуду (3) и амплитуду  $\pi\pi$  рассеяния, которая равна (см. [1]):

$$F_\pi^{-2} [(Q - p_1)^2 - \mu^2] \delta_{3a} \delta_{bc} + \text{перест: } (p_{1, a} \rightarrow p_{2, b} \rightarrow p_{3, c}). \quad (7)$$

Полюсной член 3,в включает амплитуду (2) и зарядовую вершину  $\pi$ -мезона. Условие калибровочной инвариантности связывает константу  $A$  в (6) и константу  $h$  в графике на рис.3,в (график 3,б калибровочно инвариантен сам по себе). При этом оказывается:

$$A = eh. \quad (8)$$

Для получения дополнительных ограничений рассмотрим порознь две амплитуды в (5):  $R_{\nu\mu}^{311}$  (описывает процесс  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$ ) и  $R_{\nu\mu}^{333}$  (описывает процесс  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^0$ ). Условие частичного сохранения аксиального тока (PCAC) для нейтрального мезона с импульсом  $p_1$  дает соотношение:  $R_{\nu\mu}^{311} \rightarrow 0$  при  $p_1 \rightarrow 0$ . Это позволяет определить константу  $B$  в (6) через вклад диаграммы 3,б при  $p_1 \rightarrow 0$  (вклад графика 3,в в (5) сам по себе обращается в нуль при  $p_1 \rightarrow 0$ ). При этом оказывается, что:

$$B = f/F_\pi^2. \quad (9)$$

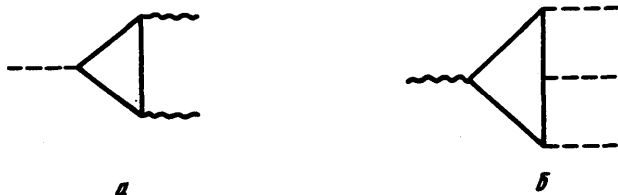


Рис. 4

Таким образом, мы уже выразили всю амплитуду  $R_{\nu\mu}$  через параметры, измеряемые в других процессах. Используя, дополнительно, условие PCAC для одного из нейтральных  $\pi$ -мезонов в амплитуде  $R_{\nu\mu}^{333}$ , мы получим, что  $R_{\nu\mu}^{333} \rightarrow 0$  при  $p_i \rightarrow 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ). В этих условиях полюсной член на рис.3,в равен нулю, полюсной член на рис.3,б равен  $(-f/F_\pi^2)\epsilon_{\nu\mu\alpha\beta}q_{1\alpha}q_{2\beta}$ , контактный член (6) равен  $(-2A+3B)\epsilon_{\nu\mu\alpha\beta}q_{1\alpha}q_{2\beta}$ . Приравнявая нулю суммарный вклад полюсного и контактного члена в  $R_{\nu\mu}^{333}$  и учитывая (8) и (9), мы получим соотношение (4).

Соотношение (4) было проверено нами в  $\sigma$ -модели с помощью вычисления диаграмм на рис.4,а и 4,б. Выражение для  $R_{\nu\mu}$  в виде (5), (6) при значениях  $A, B$  из (8), (9) также было подтверждено вычислением диаграмм в  $\sigma$ -модели. Соотношение (4) было получено нами также с помощью непосредственного применения PCAC последовательно к каждому из 3-х  $\pi$ -мезонов в амплитуде (2) с учетом швингеровских членов, возникающих из-за вклада сингулярной треугольной диаграммы.

Подчеркнем, что возможность применения PCAC по одному нейтральному мезону в амплитуде  $R_{\nu\mu}$  (которую мы использовали в тексте) является оправданной и подтверждается в теории возмущений, поскольку  $R_{\nu\mu}$  описывается хорошо сходящимися ("пятихвостными") диаграммами.

Наивное применение PCAC к амплитуде (3) приводит, как известно, (см. [2, 3]) к запрету на распад  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , а именно оказывается, что  $f \sim (q_1 + q_2)^2$  и амплитуда (3) содержит фактически члены четвертого порядка по импульсам (амплитуда (2) содержит при этом соответственно члены пятого порядка по импульсам). Если распад действительно запрещен в рамках PCAC, тогда все наши рассуждения неверны (в частности, в (6) необходимо учитывать члены четвертого порядка по импульсам и никаких соотношений получить не удастся).

Однако известно, что константа  $f$  не мала и имеет "нормальный" порядок величины ( $f \approx (1,4/\mu)(a/\pi)$ ) и дается с точностью  $\sim 1\%$  (!) в  $\tau$ -модели вкладом только одного треугольного графика с нуклонной петлей (см. рис.4,а). Поэтому нам кажется очень правдоподобной точка зрения, сформулированная в [4], где отмечается, что из-за сингулярного характера треугольной диаграммы требование калибровочной инвариантности заставляет модифицировать соотношения для дивергенции аксиального тока, что на другом языке проявляется в аномальных швингеровских членах в коммутаторах токов. При этом распад  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  оказывается разрешенным и происходит только благодаря вкладу диаграммы на рис.4,а. Однако такая картина не является однозначным следствием Лагранжевого формализма в какой-либо модели (см., например, [5]). Если соотношение (4) подтвердится, — это будет серьезным аргументом в пользу такой картины.

Проверка (4) возможна уже в настоящее время при изучении процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow 3\pi$ . Выражение для сечения этого процесса и соответствующие численные оценки содержатся в [6].

Проверка (8), (9) возможна в принципе при изучении процесса  $ee \rightarrow ee + 3\pi$ . Соответствующие сечения могут быть оценены на основе формул из [7] и оказываются порядка  $\sim 10^{-35} \text{ см}^2$ .

В заключение отметим, что процесс  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi$  изучался недавно в работе [8]. Выводы [8] являются неверными, так как авторы не рассмотрели наиболее общую структуру амплитуды  $R_{\nu\mu}$ .

Автор искренне благодарен В.И.Захарову за чрезвычайно полезные обсуждения.

Поступила в редакцию  
14 июня 1971 г.

### Литература

- [1] S.Weinberg. Phys. Rev.Lett., 17, 616, 1966.
- [2] A.Dolgov, A.Vainstein, V.Zakharov. Phys. Lett., 24B, 425, 1967.
- [3] J.Bell, R.Jackiw. Nuovo. Cim., 60, 47, 1969.
- [4] S.Adler. Phys.Rev., 177, 2426, 1969.
- [5] А.Долгов, В.Захаров. ЯФ, 12, 608, 1970.
- [6] N.Cabibbo, R.Gatto. Phys. Rev. Lett., 4, 313, 1960.
- [7] М.Терентьев. ЯФ, 14, вып.7, 1971.
- [8] R.Aviv, N.Dass, R.Sawyer. Phys. Rev.Lett., 26, 591, 1971.