Письма в ЖЭТФ, том 14, стр.270 – 272 20 августа 1971 г.

ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛН ВРАЩАЮЩИМСЯ ТЕЛОМ

Я.Б.Зельдович

Осесимметричное тело, вращающееся внутри полости резонатора, способно усиливать определенные моды колебаний внутри резонатора, передавая этим колебаниям энергию вращения.

Частота усиливаемых колебаний не связана целочисленным соотношением с угловой скоростью вращения тела и мгновенное состояние резонатора не зависит от времени, так что рассматриваемое явление отличается от параметрического резонатора.

При рассеянии плоской волны, падающей на вращающееся тело целесообразно разложить волну на сферические (или цилиндрические) волны с различными значениями проекции момента на ось вращения. При рассеивании волны с моментом параллельным вектору вращения (и достаточно большим) усиливаются, тогда как все остальные ослабляются. При наличии внешнего отражателя с малыми потерями (резонатора) усиление при однократном рассеянии может превратиться в генерацию. Линейная скорость на поверхности вращающегося тела очевидно меньше скорости света, $v = \beta c$, $\beta < 1$. Усиливаются волны с угловой зависимостью $e^{in\phi}$, где $n > \beta^{-1}$. Отсюда следует, что радиус тела меньше n длин волн по крайней мере в β раз; это значит, что тело находится внутри зоны в которой амплитуда волны убывает быстрее чем $(r/\lambda)^n$. Поэтому при малых β усиление экспоненциально мало, как $\beta^{\beta^{-1}}$ или еще слабее.

Вышеописанное относится к телу, состоящему из вещества, которое находясь в покое поглощает волны; условия усиления и генерации получаются после преобразования уравнений к движущейся системе. По-видимому, аналогичная ситуация может возникнуть и при рассмотрении вращающегося тела в состоянии гравитационного релятивистского коллапса.

Метрика вблизи такого тела описывается известным решением Керра. Гравитационный захват частиц и волн так называемой ловушечнюи поверхностью заменяет поглощение; ловушечная поверхность ("горизонт событий") находится внутри поверхности $g_{00} = 0$. Наконец, при квантовом рассмотрении волнового поля следует ожидать спонтанного излучения энергии и момента вращающимся телом. Однако эффект ничтожно мал, меньше $\hbar\omega^4/c^3$ для мощности и $\hbar\omega^3/c^3$ для тормозящего момента силы (для массы покоя $m = 0$, кроме того опущена безразмерная функция β). Вращающееся тело рассматривается классически, все изложенное не применимо к частицам с квантованным моментом.

Возможно и дальнейшее обобщение на случай фермионов, в том числе и заряженных. Вращающееся тело вызывает спонтанное рождение пар в том случае, если тело может поглотить одну из частиц, а вторая (анти)частица уйдет на бесконечность, унося энергию и вращательный момент. Нужно лишь, чтобы унесенный момент был достаточен для отбора энергии от тела, что требует определенного значения прицельного параметра b; область между поверхностью тела и цилиндром радиуса b является барьером. Возможен, наконец, вариант, когда поглощение частицы заменено ее рассеянием материалом тела. Без взаимодействия с телом, очевидно, одно вращение не ведет к рождению пар.

Для доказательства всех утверждений рассмотрим простейший случай скалярного поля ψ. В вакууме ψ подчиняется уравнению $\Box\psi - m^2\psi = 0$. В поглощающей среде в системе координат, где среда покоится $\Box\psi + a\dfrac{\partial\psi}{\partial t} - m^2\psi = 0$ здесь a характеризует затухание.

В системе, где среда движется вдоль оси X Лоренц преобразование переведет

$$a\frac{\partial\phi}{\partial t} \to a\gamma\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} - \beta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right); \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}.$$

Рассмотрим цилиндрическую задачу $\psi = f(r)\,e^{-i\omega t + in\phi}$

Пусть $X = r\phi$ отсчитывается вдоль круга по которому происходит вращение, $\beta = r\Omega/c$, Ω – угловая скорость тела.

В этом случае внутри вращающегося тела (под его поверхностью) добавочный член в волновом уравнении равен

$$\psi a\gamma(i\omega + \frac{i\beta n c}{r}\Big(\psi = \psi i a\gamma(\omega + n\Omega\Big)$$

Следовательно, при $n\Omega < -\omega$, $n < 0$, $|n| > \frac{\omega}{\Omega}$ добавочный член меняет знак; среда эффективно работает как усилитель, а не поглощатель по отношению к волнам с таким n.

Для n-полюсника граница волновой зоны по порядку величины соответствует $r_\omega = |n|\lambda\!\!\!^{-} = |n|c/\omega$; радиус тела $r = v/\Omega = \beta c/\Omega$. Из неравенства необходимого для усиления получим $r/r_\omega < \beta$, тело находится глубоко внутри r_ω. Условие усиления волны совпадает с простым энергетическим критерием: энергия фотона $E = \hbar\omega$, момент фотона в n-полюсном состоянии $\mu = n\hbar$ (спином ± 1 пренебрегаем), $\mu\Omega > E$ означает, что уменьшение энергии вращения тела, больше энергии испущенного фотона. Постоянная $\hbar$ в ответ не входит, являясь данью современному способу выражения в эпоху, когда "квантовая механика помогает понять классическую".

Пользуюсь случаем отметить стимулируюшее обсуждение с Мизнером, Торном и Уилером проблемы извлечения энергии из вращающегося коллапсировавшего тела и полезные дискуссии с Г.А.Аскарьяном, Г.А.Гринбергом, Б.Я. Зельдовичем, П.Л.Капицей и И.И.Собельманом. Я благодарен всем перечисленным лицам.

Институт прикладной математики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
9 июля 1971 г.