Гигантская оптическая нелинейность атомарного конденсата Бозе–Эйнштейна и низкопороговая бистабильность

Н. Н. Розанов[1], *В. А. Смирнов*

Научно-исследовательский институт лазерной физики 199034, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2004 г.

Найдена поляризованность атомарного конденсата Бозе–Эйнштейна в условиях его слабого возбуждения лазерным излучением с частотой, близкой к резонансной. Определен коэффициент кубичной по полю нелинейности показателя преломления конденсата в режиме медленного распада вследствие спонтанного излучения возбужденных атомов, а также в стационарном режиме, когда потери атомов восполняются впрыскиванием атомов в ловушку. В обоих случаях коэффициенты кубичной нелинейности конденсата на несколько порядков превосходят соответствующие величины известных нелинейных сред. Определены условия наблюдения гистерезиса в интерферометре, содержащем конденсат в стационарном состоянии, при наличии падающего лазерного излучения.

PACS: 42.50.Rh, 67.40.–w

Отклик атомарного бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК) на воздействие лазерного излучения лежит в основе ряда методов его анализа, причем наиболее интересны, с нашей точки зрения, экспериментальные и теоретические исследования, посвященные резонансному возбуждению БЭК [1 – 3]. Однако в условиях этих работ воздействие света приводит к практически полному разрушению конденсата. В данной статье мы исследуем условия резонансного возбуждения БЭК, при которых он меняется достаточно медленно, проявляя при этом аномально высокую оптическую нелинейность.

При взаимодействии БЭК с электромагнитным полем с напряженностью $(Ee^{-i\omega t} + E^* e^{i\omega t})$ уравнения, связывающие волновые функции конденсата и атомов в возбужденном электронном состоянии (материальная волновая функция $\Phi = \Phi_g e^{-iE_g t/\hbar} + \Phi_e e^{-iE_e t/\hbar}$), имеют вид [4 – 7]

$$i\hbar\partial_t\Phi_g = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\Phi_g - \frac{1}{2}(ed)E^*\Phi_e e^{i\delta t} + \frac{4\pi\hbar^2 a}{M}|\Phi_g|^2\Phi_g, \quad (1)$$

$$i\hbar\partial_t\Phi_e = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\Phi_e - \frac{1}{2}(ed)E\Phi_g e^{-i\delta t} - i\hbar\frac{4\gamma}{2}\Phi_e. \quad (2)$$

Здесь индексы g и e относятся к нормальному и возбужденному состояниям атома, M – масса атома, Δ – оператор Лапласа, e – заряд электрона, d – матричный элемент дипольного момента перехода атома, $\delta = \omega - \omega_a$ – расстройка частоты лазера от частоты атомного перехода, a – длина рассеяния, γ – скорость спонтанной люминесценции. В начальный момент времени $\Phi_e = 0$ условие нормировки $\int |\Phi_g|^2 d^3r = N$, где N – число атомов в конденсате.

Уравнение распространения для медленно меняющейся во времени амплитуды поля E в скалярном приближении имеет вид

$$\frac{2i\omega}{c^2}\partial_t E = -\Delta E - k^2 E - 4\pi k^2 P. \quad (3)$$

Здесь k – волновое число лазерного излучения, линейная часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon_0 \approx 1$ и введена поляризованность $P = (ed)\Phi_g^*\Phi_e e^{i\delta t}$. Импульс, приобретенный атомом при поглощении света, k_r, значительно больше, чем импульсы атомов в конденсате. Поэтому в (2) можно положить

$$\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\Phi_e \approx -\frac{\hbar^2}{2M}k_r^2\Phi_e.$$

Тогда, интегрируя (2) по времени, получим

$$\Phi_e = \frac{i(ed)}{2\hbar}e^{-i\delta t}\int\limits_0^t E\Phi_g \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\gamma}{2}(t-t') + i\left(\frac{\hbar k_r^2}{2M} + \delta\right)(t-t')\right]dt'. \quad (4)$$

Изменения во времени волновой функции конденсата должны происходить медленнее, чем происходит само ее установление, которое определяется временем между столкновениями атомов ($\tau_c \approx 1$ мс). Вещественную часть поляризованности определяет мнимая часть показателя подинтегральной экспоненты в (4). Она достигает максимума при $\delta \sim \gamma/2$. Отметим, что характерное значение $\gamma \sim 10^8$ с$^{-1}$.

[1]e-mail: nrosanov@yahoo.com

При этом в случае возбуждения, например, литиевого конденсата видимым светом величина $\hbar k_r^2/2M \approx 5\cdot 10^5\,\text{c}^{-1} \ll \gamma/2$. Поэтому можно положить

$$\Phi_e = \frac{\delta - i\gamma/2}{\delta^2+\gamma^2/4}\frac{edE}{2\hbar}e^{-i\delta t}\Phi_g,$$
$$P = \frac{(ed)^2E}{2\hbar}\frac{\delta - i\gamma/2}{\delta^2+\gamma^2/4}|\Phi_g|^2, \tag{5}$$

и

$$i\hbar\partial_t\Phi_g = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\Phi_g + \frac{\hbar}{4}\frac{\delta - i\gamma/2}{\delta^2+\gamma^2/4}\nu_R^2\Phi_g + \frac{4\pi\hbar^2 a}{M}|\Phi_g|^2\Phi_g, \tag{6}$$

где $\nu_R = |edE|/\hbar$ – частота Раби. Если ширина лазерного пучка значительно превышает размеры БЭК, второй член в правой части (6) практически не зависит от координат. При этом, кроме несущественного фазового множителя, он приводит к затуханию амплитуды волновой функции:

$$|\Phi_g|^2 \to |\Phi_g|^2\exp\left(-\frac{\gamma/2}{\delta^2+\gamma^2/4}\frac{\nu_R^2}{2}t\right). \tag{7}$$

Тогда выражение для поляризованности включает кубичный по полю член:

$$P = \frac{(ed)^2E}{2\hbar}\frac{\delta - i\gamma/2}{\delta^2+\gamma^2/4}\left(1-\frac{\nu_R^2}{2}\frac{\gamma/2}{\delta^2+\gamma^2/4}t\right)|\Phi_g|^2. \tag{8}$$

Из (8) следует, что коэффициент кубичной (керровской) нелинейности

$$\varepsilon_2 = \frac{\pi(ed)^4}{2\hbar^3}\frac{\delta\gamma}{(\delta^2+\gamma^2/4)^2}|\Phi_g|^2 t. \tag{9}$$

Эта величина линейно зависит от времени, и ее знак определяется знаком расстройки δ. Положив $|\delta| \approx \approx \gamma/2$, $\gamma \approx 10^8\,\text{c}^{-1}$, $ed \approx 2.5\cdot 10^{-18}$ ед.CGSE, $|\Phi_g|^2 = = N_c$ ($N_c = 10^{13}\,\text{см}^{-3}$ – концентрация атомов [1]), оценим ε_2:

$$\varepsilon_2 \approx 10^7 t\,\text{ед.CGSE}. \tag{10}$$

Соответственно, за время установления $t = 10^{-3}$ с коэффициент керровской нелинейности достигает величины $\varepsilon_2 \approx 10^4$ ед.CGSE. Однако такая гигантская нелинейность реализуется при воздействии очень слабого поля. Время изменения конденсата должно быть больше, чем время его установления. Из (10) видно, что интенсивность излучения должна удовлетворять условию

$$|E|^2 < 10^{-7}\,\text{ед.CGSE} \sim 2.4\cdot 10^{-5}\,\text{Вт/см}^2. \tag{11}$$

Найденная нелинейность БЭК существенно нестационарна. Для перехода от импульсного возбуждения к непрерывному необходимо восполнять уход возбужденных атомов из конденсата их впрыскиванием в основном состоянии. Последовательное рассмотрение такой задачи требует использования матрицы плотности, так как только таким образом можно строго учесть потери и восполнение конденсата. Для одномерного конденсата [8] в отсутствие спонтанного распада и атомной накачки справедливы уравнения

$$i\hbar\partial_t\Phi_g = -\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2\Phi_g}{\partial z^2} - \frac{1}{2}(ed)E^*\Phi_e e^{i\delta t} + \frac{4\pi\hbar^2 a}{Ms}|\Phi_g|^2\Phi_g, \tag{12}$$

$$i\hbar\partial_t\Phi_e = -\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2\Phi_e}{\partial z^2} - \frac{1}{2}(ed)E\Phi_g e^{-i\delta t}. \tag{13}$$

При этом поляризованность $P_1 = (ed)\Phi_g^*\Phi_e e^{i\delta t}/s$, где s – поперечная площадь конденсата. В систему уравнений для матрицы плотности такой системы можно феноменологически ввести диссипативные члены:

$$\frac{\partial|\Phi_g|^2}{\partial t} = i\frac{ed}{2\hbar}E^*\Phi_g^*\Phi_e e^{i\delta t} + \text{c.c.} + p,$$
$$\frac{\partial|\Phi_e|^2}{\partial t} = i\frac{ed}{2\hbar}E\Phi_g\Phi_e^* e^{-i\delta t} + \text{c.c.} - \gamma|\Phi_e|^2, \tag{14}$$
$$\frac{\partial(\Phi_g^*\Phi_e)}{\partial t} = i\frac{ed}{2\hbar}Ee^{-i\delta t}\left(|\Phi_g|^2 - |\Phi_e|^2\right) + i\frac{4\pi\hbar a}{Ms}|\Phi_g|^2\Phi_g^*\Phi_e - \gamma_T(\Phi_g^*\Phi_e).$$

Здесь p – скорость накачки атомов в БЭК и γ, γ_T – скорости продольной и поперечной релаксаций, которые приблизительно равны друг другу. В (14) опущены члены со вторыми производными по z, так как даже скорости отдачи атомов при поглощении фотонов, которые значительно превышают скорости атомов в конденсате, не влияют на кинетику взаимодействия БЭК со светом, как это показано выше. В стационарном режиме $\partial|\Phi_g|^2/\partial t = \partial|\Phi_e|^2/\partial t = \partial P_1/\partial t = 0$. Положив в (14) $\Phi_g^*\Phi_e = \mu e^{-i\delta t}$, приходим к алгебраическим выражениям:

$$p = \gamma|\Phi_e|^2 = -i\frac{ed}{2\hbar}(E^*\mu - \text{c.c.}),$$

$$\mu = -\frac{ed}{2\hbar}E(|\Phi_g|^2 - |\Phi_e|^2)/(\delta + \frac{4\pi\hbar a}{Ms}|\Phi_g|^2 + i\gamma_T). \tag{15}$$

Второй член в знаменателе (15) порядка 10^3–$10^4\,\text{c}^{-1} \ll \gamma$, поэтому в дальнейшем им можно пренебречь. Тогда из (15) следует

$$p = \frac{2\gamma_T}{\gamma_T^2+\delta^2}\left(\frac{ed}{2\hbar}\right)^2|\Phi_g|^2|E|^2,$$
$$P_1 = i\frac{(ed)^2}{2\hbar}\left(1-\frac{2\gamma_T/\gamma}{\gamma_T^2+\delta^2}\nu_R^2\right)\frac{|\Phi_g|^2/s}{\gamma_T - i\delta}E. \tag{16}$$

Мнимая часть поляризованности определяет экспоненциальное затухание амплитуды поля с декрементом

$$\alpha = \frac{\pi k(ed)^2\gamma_T}{\hbar(\gamma_T^2+\delta^2)s}|\Phi_g|^2. \tag{17}$$

Полагая $k = 1.2\cdot10^5\,\text{см}^{-1}$, $ed = 2.5\cdot10^{-18}\,\text{ед.CGSE}$, $\gamma_T = 10^8\,\text{с}^{-1}$, $\delta\approx\pm\gamma_T$, $|\Phi_g|^2/s = N_c = 10^{12}\,\text{см}^{-3}$, получим $\alpha = 10\,\text{см}^{-1}$ ($\alpha L = 0.1$ для конденсата длиной $L\sim 100\,\text{мкм}$). Добавка к вещественной части диэлектрической проницаемости

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_0 + \varepsilon_2|E|^2,$$

$$\Delta\varepsilon_0 = \frac{2\pi(ed)^2\delta}{\hbar(\gamma_T^2+\delta^2)s}|\Phi_g|^2 \approx \pm\frac{\pi(ed)^2N_c}{\hbar\gamma_T} = \pm1.6\cdot10^{-4}, \tag{18}$$

$$\varepsilon_2 = \Delta\varepsilon_0\frac{8\pi(ed)^2}{\hbar^2(\gamma_T^2+\delta^2)} \approx \pm0.1\,\text{ед.CGSE}.$$

При этом $\nu_R^2/\gamma_T^2 < 1$, то есть $|E|^2 < 1.6\cdot10^{-3}\,\text{ед.CGSE} \sim 0.4\,\text{Вт/см}^2$. Таким образом, предельные нелинейные добавки в диэлектрическую проницаемость среды в стационарном и нестационарном случаях близки по величине.

Примером применения гигантской оптической нелинейности БЭК служит схема интерферометра Фабри–Перо (двухзеркального резонатора), заполненного БЭК и возбуждаемого внешним монохроматическим лазерным излучением с амплитудой A_{in} [9, 10]. В приближении плоских волн, положив $E = A\exp(ikz)$, где A – амплитуда поля внутри резонатора, можно записать:

$$\tau A_{in} = A(1 - re^{-2\alpha L + i\theta}). \tag{19}$$

Здесь τ – амплитудный коэффициент пропускания входного зеркала, r – произведение амплитудных коэффициентов отражения двух зеркал. Фазовый набег при прохождении света в двух направлениях резонатора $\theta = \theta_0 + \theta_2 I$. Расстройка θ_0 варьируется в широком диапазоне изменением длины резонатора L в пределах длины волны, $I = A^2$ – интенсивность света. Положив $\rho = r\exp(-2\alpha L)$ и считая $\theta^2 \ll 1$, получим:

$$TI_{in} = I|1-\rho e^{i\theta}|^2 =$$

$$= I\left[(1-\rho)^2 + 4\rho\sin^2\frac{\theta}{2}\right] \approx I[(1-\rho)^2+\rho\theta^2]. \tag{20}$$

Здесь $T = |\tau|^2$ – коэффициент пропускания входного зеркала по интенсивности. Вводя $J = \theta_2 I$, $J_{in} = T\theta_2 I_{in}$ приходим к соотношению

$$J_{in} = J[(1-\rho)^2 + \rho(\theta_0+J)^2]. \tag{21}$$

Это кубическое по J уравнение и определяет зависимость J от J_{in}. Точки перегиба соответствующей гистерезисной кривой определяются уравнением

$$\frac{\partial J_{in}}{\partial J} = 3\rho J^2 + 4\rho\theta_0 J + [(1-\rho)^2 + \rho\theta_0^2] = 0. \tag{22}$$

Это уравнение имеет вещественные корни при необходимом условии бистабильности $\theta_0^2 > 3(1-\rho)^2/\rho$. Пусть в резонаторе содержится БЭК длиной $L = 50\,\text{мкм}$. Тогда $2\alpha L = 0.1$ и $|\theta_0| > 0.17$. Корни (22)

$$\theta_2 I_{1,2} = -\frac{2\theta_0}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{2\theta_0}{3}\right)^2 - \frac{[(1-\rho)^2+\rho\theta_0^2]}{3\rho}}, \quad \theta_0\theta_2 < 0. \tag{23}$$

Коэффициент при нелинейном набеге фазы при двойном прохождении БЭК

$$\theta_2 = \frac{8\pi\delta kL(ed)^4}{\hbar^3(\gamma_T^2+\delta^2)^2}\frac{|\Phi_g|^2}{s} \approx \pm10^2\,\text{ед.CGSE} \quad (\delta\approx\pm\gamma_T), \tag{24}$$

Положив $\theta_0 = 0.2$, выбрав для определенности отрицательную расстройку, принимая коэффициент пропускания входного зеркала по интенсивности $T = 0.01$, а $\rho = 0.896$, получаем из (23) интенсивности переключения $I_{1,2} = 1.5\cdot10^{-3}$, $1.1\cdot10^{-3}\,\text{ед.CGSE}$, или $0.37, 0.27\,\text{Вт/см}^2$. Соответствующие значения интенсивности поля, падающего на интерферометр, равны $I_{in1,2} = 4.5$ и $2.6\,\text{Вт/см}^2$. Тогда зависимость J от J_{in}имеет S-образный вид. При повышении интенсивности внешнего поля до $4.5\,\text{Вт/см}^2$ наблюдается гистерезисный скачок интенсивности как внутри резонатора, так и в прошедшем и отраженном излучении. При обратном уменьшении интенсивности скачок на нижнюю ветвь происходит при интенсивности $2.6\,\text{Вт/см}^2$.

Таким образом, при распространении в БЭК достаточно слабого лазерного излучения он ведет себя как нелинейная среда с аномально большим коэффициентом керровской нелинейности, знак которой определяется знаком отстройки частоты излучения от резонанса. Оптимизацией отстройки можно добиться сравнительно небольшой величины поглощения. При этом в отличие от стандартной двухуровневой системы спонтанное излучение приводит к необратимому уходу атомов из конденсата. Именно поэтому нелинейность БЭК значительно сильнее, чем для всех известных нелинейных сред, особенно в случае медленного распада конденсата вследствие спонтанного излучения возбужденных атомов. В случае солитонного состояния БЭК [8] оптическая нелинейность дополнительно усиливается за счет эффективного уменьшения длины рассеяния a. В стационарном режиме, когда спонтанный распад восполняется материальной накачкой, большое значение оптической нелинейности вызвано малой скоростью поперечной релаксации ультрахолодных атомов. Это обстоятельство позволяет наблюдать многие нелинейно-оптические явления, включая самофокусировку, при весьма низких уровнях интенсивности непрерывного лазерного излучения. Показана также возможность наблюдения низкопорогового гистерезиса при возбуждении лазерным излучением интерферометра, содержащего БЭК. Из приведенных результатов следует также, что в широкоапертурном интерферометре, заполненном БЭК, низким порогом будут обладать и такие эффекты как поперечная модуляционная неустойчивость, волны переключения и диссипативные солитоны [10]. Работа поддержана грантом INTAS # 211-855.

1. В. Кеттерле, УФН **173**, 1339 (2003).
2. Е. Д. Трифонов, ЖЭТФ **120**, 1127 (2001).
3. D. Schneble, Y. Torri, M. Boyd et al., Science **300**, 475 (2003).
4. J. Javanianen, Phys. Rev. Lett. **75**, 1927 (1995).
5. G. Lens, P. Meystre, and E. M. Wright, Phys. Rev. Lett. **71**, 3271 (1993).
6. K. V. Krutitsky, F. Burgbacher, and J. Audretsch, Phys. Rev. A **59**, 1517 (1999).
7. M. Saffman and D. V. Skryabin, in *Spatial Solitons*, Eds. S. Trillo and W. Torruelas, Springer, 2001.
8. Н. Н. Розанов, Ю. В. Рождественский, В. А. Смирнов, С. В. Федоров, Письма в ЖЭТФ **77**, 88 (2003).
9. Х. Гиббс, *Оптическая бистабильность*, М.: Мир, 1988.
10. N. N. Rosanov, *Spatial Hysteresis and Optical Patterns*, Berlin: Springer, 2002.