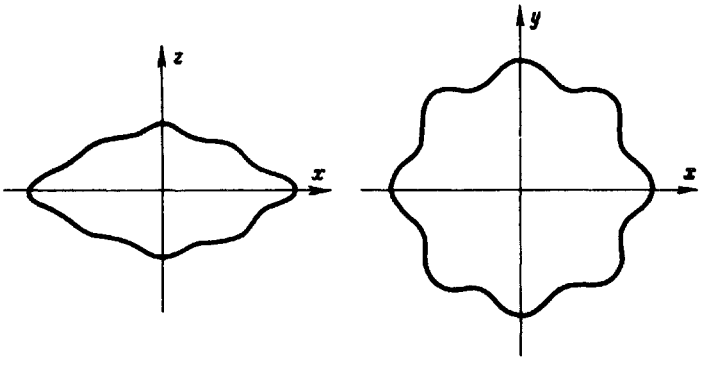
Письма в ЖЭТФ, том 14, стр. 465 – 468 *20 октября 1971 г.*

ГИПОТЕЗА О ГРАВИТАЦИОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ БЫСТРОВРАЩАЮЩЕЙСЯ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

А. И. Цыган

В статье предполагается, что быстровращающиеся нейтронные звезды могут принимать форму тессеральных фигур равновесия (см. рисунок), при этом они должны излучать мощные импульсы гравитационного излучения при переходе из одной тессеральной фигуры в другую. Возможно, что эти импульсы и были зарегистрированы Дж. Вебером несколько лет назад [1, 2].



Пусть имеем самогравитирующую жидкость массы M, постоянной плотности ρ, вращающуюся как целое с угловой скоростью Ω вокруг некоторой оси z, проходящей через центр тяжести жидкости. Эта вра-

шающаяся капля примет такую равновесную форму, что на ее поверхности выполнится условие [3]

$$\Phi(x, y, z) - \frac{\Omega^2}{2}(x^2 + y^2) = \text{const}. \qquad (1)$$

Φ – гравитационный потенциал, (x, y, z) – декартовы координаты. Наиболее изученные и известные равновесные формы вращающейся жидкости это: а) сплюснутый эллипсоид вращения (так называемый эллипсоид Маклорена), б) трехосный эллипсоид (эллипсоид Якоби). Для эллипсоидов М и Я известны области устойчивости по моменту вращения [3]. При больших значениях момента вращения жидкости возможны и другие фигуры равновесия [4]. Существование этих фигур показывают методами теории возмущений, причем за "невозмущенные" фигуры принимают эллипсоиды М и Я. Если в качестве "невозмущенной" фигуры равновесия берут эллипсоид М, то вводят эллиптическую систему координат ($\xi\,\mu\,\phi$) [5]. На поверхности эллипсоида $\xi = f/\sqrt{a^2 - f^2} = \xi_0$ (a – большая полуось, f – малая полуось эллипсоида), для "возмущенной" же поверхности $\xi = \xi_0 + \Delta\xi(\theta\phi)$; $|\Delta\xi| << \xi_0$; $\mu = \cos\theta$

$$\Delta\xi(\theta\phi) = (\mu^2 + \xi_0^2)^{-1} \sum_{\ell m} B_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta\phi) \qquad (2)$$

$Y_{\ell m}(\theta\phi)$ – сферические функции. $\Delta\xi(\theta\phi)$ должно быть таким, чтобы на поверхности жидкости выполнялось условие (1). Оказывается, что если параметр эллипсоида Маклорена ξ_0 удовлетворяет уравнению:

$$\xi_0\left[1 - \xi_0\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg}\,\xi_0\right)\right] - i(-1)^m \frac{(\ell - m)!}{(\ell + m)!} P_\ell^m(i\xi_0) Q_\ell^m(i\xi_0) = 0 \qquad (3)$$

($m > 0$; $\ell \neq 0; 1$; $\ell + m$ – четно)

то в ряду (2) отличны от нуля только два члена – $B_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta\phi)$ и комплексно сопряженный. $P_\ell^m(z)$ и $Q_\ell^m(z)$ в (3) – присоединенные функции Лежандра первого и второго рода. Эллипсоид, у которого ξ_0 совпадает с одним из корней уравнения (3) называют элипсоидом ответвления. Для $\ell >> 1$ и $m \sim \ell$; $\xi_0 \sim 1/\sqrt{2\ell}$, число корней $\sim \ell^2/4$. Деформация поверхности эллипсоида обращается в нуль и на ряде меридианов и на ряде параллелей и превращает эллипсоид в тессеральную фигуру равновесия (см. рисунок). Исследование вопроса об устойчивости этих фигур равновесия показало, что при $|\Delta\xi| << \xi_0$ (горбы и впадины малы) фигуры неустойчивы за исключением случая $\ell = m = 2$. Интересно заметить, что этот случай $\ell = m = 2$ соответствует появлению эллипсоида Я. Это подтверждает и значение корня уравнения (3) $\xi_0 \cong 0{,}717$. Т. е. эллипсоид Я можно считать как "возмущенный" эллипсоид М, а не как самостоятельную фигуру равновесия (пока $|\Delta\xi| << \xi_0$). Основное предположение в этой работе состоит в следующем : тессераль-

ные фигуры равновесия, построенные на базе эллипсоида М, при достаточно большой деформации ($|\Delta\xi| \gtrsim \xi_0$) устойчивы. По-видимому, существуют фигуры равновесия, являющиеся суперпозицией различных тессеральных фигур, но об их устойчивости мы не делаем никаких предположений.

Применим эти сведения к вращающейся нейтронной звезде на первых стадиях ее существования, когда она могла обладать необходимым моментом вращения. Учет сжимаемости вещества нейтронной звезды видимо существенно не изменит картину, и вот почему. В работе [6] показано, что при уравнении состояния $p = k\rho^{1+(1/n)}$ при $n < 1$ вращающаяся капля может принять форму эллипсоида Я ($\ell = m = 2$) прежде, чем с экватора эллипсоида М начнется истечение вещества. Для нейтронных звезд, как это следует из [7], существует область по массе, где $n < 1$. Мы предполагаем, что сжимаемость вещества нейтронных звезд (при $n < 1$) не будет препятствовать существованию и высших тессеральных фигур равновесия ($\ell >> 1$, $m >> 1$). Твердая оболочка нейтронной звезды видимо не сможет препятствовать возникновению тессеральных фигур. Наблюдаемые скачкообразные изменения периодов пульсаров $\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-6}$ (звездотрясения), обязаны этой твердой оболочке (см. [8]). Малость этой величины говорит о том, что корка не является серьезным препятствием для установления равновесной формы жидкой капли. Можно показать, что вращающаяся нейтронная звезда, имеющая форму тессеральной фигуры с достаточно большими ℓ и m при выполнении условия $2\Omega a / c \lesssim 1$ (c – скорость света) не излучает гравитационных волн. Электромагнитные же волны звезда излучает, их интенсивность $I = (2\Omega^4/3c^3)\mu_\perp^2$ ($\mu_\perp$ – составляющая магнитного момента звезды перпендикулярная оси вращения). Звезда при этом медленно теряет вращательный момент и уходит из области устойчивости данной тессеральной фигуры. Длительность этого процесса зависит от ширины зоны устойчивости, которая нам сейчас неизвестна. Для численного примера, который приводится ниже, мы примем это время $\sim 10^6$ *сек*. В области неустойчивости она теряет упорядоченную форму – возникает гравитационное излучение (в квадрупольном приближении на частоте $\omega = 2\Omega$) и продолжается до тех пор, пока звезда не попадет в область устойчивости другой тессеральной фигуры, с другими ℓ и m (этот процесс достаточно быстрый). Интенсивность гравитационного излучения равна $(-dE/dt) \sim (G\omega^6 M^2 a^4 \beta^2/5c^5)$; ($G$ – гравитационная постоянная, $\beta \sim$ доля массы звезды находящейся в горбах). Смещения торцов веберовских цилиндров под действием импульса гравитационного излучения равно [9] $\eta \sim 2\frac{\ell_0}{r}\frac{G\omega^2}{c^4}\left(\frac{\omega}{\delta}\right) M a^2 \beta$

$\ell_0 \sim 10^2$ *см*; $r \sim 2{,}4 \cdot 10^{22}$ *см* – расстояние до источников волн (берем до центра галактики); δ – полуширина спектральной плотности излучения. Зададимся параметрами: $\ell \sim 40$; $\rho \sim 4 \cdot 10^{14}$ *г/см*^{3}, $a \sim 4 \cdot 10^6$ *см*, тогда $\xi_0 \sim 0{,}11$. Угловую скорость и массу звезды оцениваем по формуле для эллипсоида ответвления. $\Omega^2/2\pi\rho G \sim 0{,}13$; $\Omega \sim 4{,}7 \cdot 10^3$ *сек*$^{-1}$. $I \sim 40^{43} + 10^{44}$ *эрг/сек* $\omega = 2\Omega \sim 0{,}94 \cdot 10^4$ *сек*$^{-1}$ $M \sim 4\pi\rho a^3 \xi_0/3 \sim$ $\sim 11{,}2 \cdot 10^{33}$ *г* $\sim 5{,}6 M_\odot$; $-dE/dt \sim 1{,}2\beta^2 10^{58}$ *эрг/сек*, если $\beta \sim 1/60$, то $-dE/dt \sim 4 \cdot 10^{54}$ *эрг/сек*. Полная энергия гравитационного излу-

чения одной звезды $\sim 2 \cdot 10^{54}$ *эрг*. Если число импульсов $\sim 2 \cdot 10^2$, то энергия одного импульса $\sim 10^{52}$ *эрг*, длительность импульса $3 \cdot 10^{-3}$ *сек*, что соответствует $(\omega/\delta) \sim 5$; при этом получается $\eta \sim 10^{-15}$ *см*, излучение идет в области частот (1500 ± 300) *гц*. Таким образом, для генерации $\sim 2 \cdot 10^2$ импульсов с $\eta \sim 10^{-15}$ *см* в центре галактики должна рождаться ~ 1 быстровращающаяся нейтронная звезда в год. При меньших β полоса δ уменьшается, η – увеличивается. Основная частота медленно изменяется по мере излучения импульсов, при этом в веберовский диапазон (1660 *гц*) попадает лишь часть импульсов. Возможен выбор параметров, при которых существенны релятивистские эффекты, которые возможно увеличат значение η. В работе Дж. Вебера [1] для зарегистрированных импульсов гравитационного излучения оценивается $\eta \sim 2 \cdot 10^{14}$ *см* ($\sim$ 80 *имп/год*), в последующей его работе [2] для более слабых сигналов η примерно на порядок меньше ($\sim$ 400 *имп/год*). В процессе замедления звезда с $M > 2{,}4\, M_\odot$ [10] сколлапсирует с $M < 2{,}4\, M_\odot$ превратится в обычный пульсар. О трудностях объяснения результатов Вебера известными до сих пор механизмами излучения гравитационных волн см. обзор [11].

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила вредакцию
6 сентября 1971г.

Литература

[1] J. Weber. Phys. Rev. Lett., 22, 1320, 1969.

[2] J.Weber. Phys. Rev Lett., 25, 180, 1970.

[3] Handbuch der Physik. Vol. LI, Astrophysics II (1958) P. Ledoux 605-688.

[4] П. Аппелль. Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости, Л.-М. 1936.

[5] М.Д.О.Стретт. Функция Ляме, Матье и родственные им в физике и технике. 1935, Харьков, Киев.

[6] P.H.Roberts. Ap. J.,137, 1129, 1963.

[7] S.Tsuruta, A.G.W.Cameron. Nature, 23, 356, 1966.

[8] M.Ruderman. Nature, 223, 597, 1969.

[9] Дж. Вебер. Общая теория относительности и гравитационные волны, М., 1962.

[10] A.G.W.Cameron. Ann. Rev. Astron. Astroph., 8, 179, 1970.

[11] В.Б.Брагинский, Я.Б.Зельдович, В.Н.Руденко. АН СССР Ин-т прикладной математики. Препринт №56, 1969.