Письма в ЖЭТФ, том 14, стр. 581 – 585 *5 декабря 1971 г.*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МАСШТАБНОГО ЗАКОНА В КРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ЦИКЛОПЕНТАНА

А.Д.Алехин, Н.П.Крупский

Согласно гипотезе об однородности термодинамических функций [1] масштабное уравнение состояния вблизи критической точки жидкость-пар имеет вид [2]

$$\frac{|\Delta\mu|}{|t|^{\beta\delta}} = m(y), \qquad (1)$$

где $\Delta\mu = \mu(\rho, t) - \mu(0, t)$ – отклонение химического потенциала от значения на критической изохоре; ρ, t – безразмерные отклонения плотности и температуры от критических значений; $m(y)$ – универсальная функция аргумента $y = |\rho|/|t|^{\beta}$; β, δ – критические показатели степени кривой сосуществования и критической изотермы.

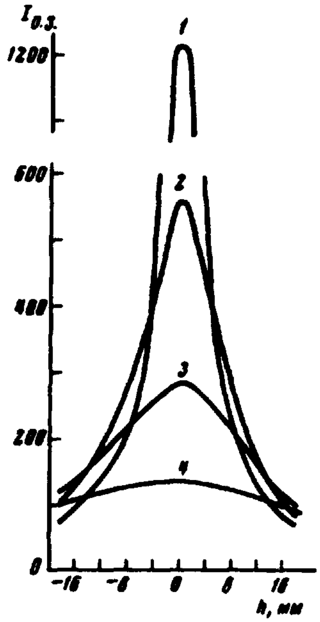

Рис. 1. Изотермы высотного распределения интенсивности рассеянного света в циклопентане (λ = 5461 Å) для четырех закритических температур $T - T^{кр}$ (*1* – 0,37°, *2* – 0,84°, *3* – 1,40°, *4* – 2,89°)

Продифференцировав (1) по ρ, получим масштабное уравнение состояния в дифференциальной форме $\frac{\partial\mu}{\partial\rho}|t|^{-\gamma} = m'(y)$, где $\gamma = \beta(\delta - 1)$.

Таким образом, в основе масштабной теории лежит предположение о существовании масштабных термодинамических величин m и y, переход к которым трансформирует поверхность $\mu(\rho, t)$ в линию $m(y)$.

Масштабная теория не дает явного вида функции $m(y)$. Известно лишь, что при $y \to 0$, т. е. вблизи критической изохоры,

$$m(y) = a_1 y + a_3 y^3 + a_5 y^5 + \ldots, \qquad (2)$$

а вблизи критической изотермы, где $y \to \infty$,

$$m(y) = b_0 y^\delta \pm b_1 y^{\delta - \frac{1}{\beta}} + b_2 y^{\delta - \frac{2}{\beta}} \pm \ldots, \qquad (3)$$

где знак минус соответствует случаю $t < 0$.

Для экспериментальной проверки гипотезы однородности мы использовали данные, полученные при исследованиях рассеяния света $\lambda = 5461$ Å под углом 90° в циклопентане при $T > T^{кр}$ [3] (см. рис. 1). Погрешности в определении интенсивности однократного рассеяния, равные 4 – 6%, слагаются из случайных ошибок, обусловленных шумами в электронных устройствах (1 – 2%) и из ошибок, возникающих при внесении поправок на ослабление падающего и рассеянного световых потоков и на вторичное рассеяние (2 – 4%), которые в пределах отдельной изотермы интенсивности $I(h, t)$ носят систематический характер.

Интегрируя зависимости $I_{РЭ}(h, t) = -k \frac{\partial \rho}{\partial h}(h, t)$ (h – высота, отсчитываемая от уровня с критической плотностью), мы нашли с точностью до множителя $k \sim (I_0 V\pi^2/2R^2\lambda^4)(\partial\epsilon/\partial\rho)^2 k_Б T$ изотермы высотного распределения отклонений плотности $k\rho(h, t)$. Метод выделения интенсивности Релея – Эйнштейна $I_{РЭ}$ из экспериментальных данных описан в работе [4]. Численное интегрирование сглаживает случайные ошибки исходных данных, т. е. погрешности в определении $k\rho(h, t)$ меньше ошибок, имеющих место при нахождении интенсивности рассеяния. Высотные зависимости усредненных величин $\overline{k\rho} = 0{,}5(|k\rho|_{+h} + |k\rho|_{-h})$ представлены в таблице.

Высотные зависимости $\overline{k\rho} \cdot 10$ для восьми закритических температур

$\|h\|$, мм \ $T - T^{кр}$, град	0,37	0,54	0,72	0,84	1,40	2,04	2,43	2,89
2	2,640	1,820	1,360	1,200	0,596	0,377	0,330	0,284
4	3,880	3,080	2,430	2,140	1,150	0,738	0,651	0,562
6	4,650	3,940	3,280	2,920	1,680	1,090	0,965	0,834
8	5,160	4,560	3,980	3,580	2,160	1,430	1,270	1,110
10	5,550	5,050	4,530	4,120	2,620	1,760	1,570	1,360
12	5,860	5,420	4,960	4,550	3,030	2,080	1,860	1,610
14	6,110	5,720	5,310	4,910	3,390	2,380	2,130	1,840
16	6,330	5,980	5,590	5,200	3,710	2,670	2,390	2,070
18	6,510	6,190	5,830	5,450	3,990	2,930	2,630	2,290

В гравитационном поле $\Delta\mu \sim h$, что позволяет высотные зависимости плотности и восприимчивости интерпретировать как зависимости этих величин от $\Delta\mu$ и использовать на этом основании "гравитационные" данные для проверки масштабной теории.

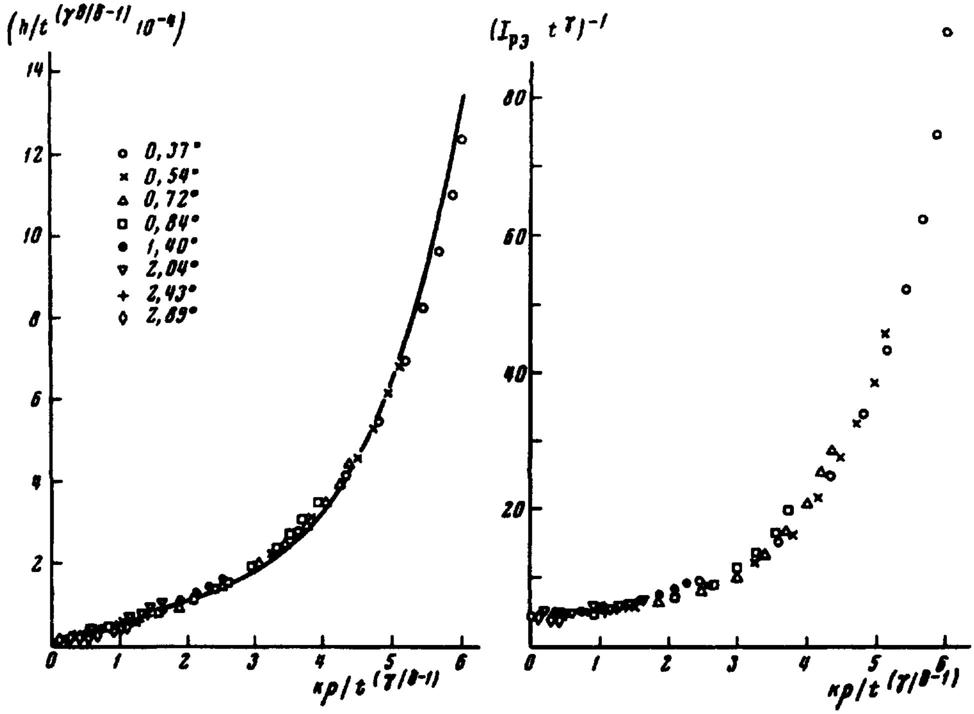

Рис. 2. *а* – зависимость масштабного химпотенциала от масштабной плотности: о – 0,37°; × – 0,54°; Δ – 0,72°; □ – 0,84°; ● – 1,40°; ∇ – 2,04°; + – 2,43°; ◊ – 2,89°, *б* – зависимость обратной масштабной восприимчивости от масштабной плотности

На рис. 2,*а* и 2,*б* показаны зависимости масштабных величин m и m', определяемых с точностью до постоянных коэффициентов как $|h|/|t|^{\beta\delta}$ и $(I_{pэ} t^{\gamma})^{-1}$, от масштабной плотности $\overline{k\rho}/|t|^{\beta}$, построенные для восьми закритических температур в единой системе координат. При вычислениях масштабных переменных мы использовали значения критических показателей $\gamma = 1{,}23 \pm 0{,}05$ и $\delta = 5{,}0 \pm 0{,}3$, найденные ранее [3]. Значение показателя β определялось как $\gamma/(\delta - 1)$. В пределах экспериментальных ошибок масштабные изотермы совпали, образуя единые кривые $m(y)$ и $m'(y)$, что подтверждает справедливость гипотезы однородности [1] и указывает на применимость масштабной теории не только к "простым" жидкостям [2], но и к более сложным веществам, каким является в частности циклопентан.

При малых y из (2) следует, что $m'(y) - m'(0) = 3a_3 y^2 + \ldots$. Для проверки этого положения масштабной теории мы построили зависимость величины $[I^{-1}(h) - I^{-1}(0)]t^{-\gamma}$ от $\overline{k\rho}/|t|^{\beta}$ в двойном логарифмическом масштабе (рис. 3). Показанные на рис. 3 ошибки состоят из систематических (2 – 4%) и случайных погрешностей. Для расчета последних мы воспользовались формулой переноса ошибок [5]. В области $\overline{k\rho}/|t|^{\beta} \lesssim 2$, где с точностью до 15% $m(y) \approx a_1 y$, представленная на рис. 3 зависимость является линейной с угловым наклоном близким к двум. Численный анализ дает значение 1,9 ±0,3. Этот результат, согласующийся с (2), означает, что на любой закритической изотерме существует участок, прилегающий к критической изохоре, который описывается "классическим" по ρ разложением $\Delta\mu = A(t)\rho + B(t)\rho^3 + \ldots$. Увеличение углового наклона с ростом y, наблюдаемое на рис. 3, связано с переходом в область применимости разложения (3), где при достаточно больших $|\rho|/|t|^{\beta}$, закритические изотермы приближаются к ассимптотическому виду $|\Delta\mu| \sim |\rho|^{\delta}$.

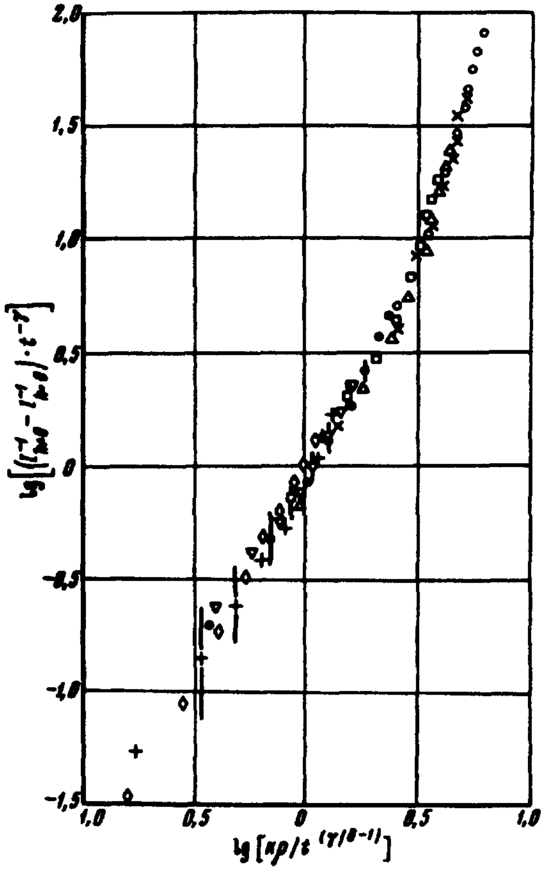

Рис. 3. Зависимость величины $[I^{-1}(h) - I^{-1}(0)]t^{-\gamma} \sim m'(y) - m'(0)$ от масштабной плотности в двойном логарифмическом масштабе

Нами было также проведено сравнение полученных данных с уравнением состояния, использовавшимся в работах [4] и [6], которое можно свести к виду (1) с

$$m(y) = a y + b y^{\delta}. \tag{4}$$

Зависимость (4), построенная методом наименьших квадратов [5], показана на рис. 2, *а*. Отклонения теоретической кривой от экспериментальной зависимости носят систематический характер, однако не превышают 6 – 7%. Причина этих небольших отклонений состоит в том, что поправочные члены уравнения (4) в предельных случаях $y \to 0$, ∞ не совпадают со вторыми слагаемыми разложений (2) и (3). Так, вблизи критической изохоры поправочный член в (4) имеет вид $b y^{\delta}$, в то время как наш анализ, согласующийся с (2), показывает, что второе слагаемое ведет себя как y^3.

Авторы благодарны А.З.Голику, Ю.И.Шиманскому и А.В Чалому за многочисленные полезные обсуждения.

Киевский
государственный университет
им. Т.Г.Шевченко

Поступила в редакцию
25 октября 1971 г.

Литература

[1] R.Griffiths. Phys. Rev., 158, 176, 1967.

[2] M.Green, M.Vicentini-Missoni, J.Levelt Sengers. Phys. Rev. Lett., 18, 1113, 1967; Phys. Rev. Lett., 22, 389, 1969.

[3] А.Д.Алехин, Н.П.Крупский, Ю.Б.Минченко. Укр. физ. ж., 15, 509, 1970; А.Д.Алехин. Кандидатская диссертация, Киев, 1971.

[4] А.В.Чалый, А.Д.Алехин. ЖЭТФ, 59, 337, 1970.

[5] Д.Худсон. Статистика для физиков, М., Мир, 1970.

[6] Л.М.Артюховская, Е.Т.Шиманская, Ю.И.Шиманский. ЖЭТФ, 59, 688, 1970.