Письма в ЖЭТФ, том 15, вып 1, стр. 66 – 69 5 января 1972 г.

НОВЫЙ СПОСОБ УСИЛЕНИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО УЛЬТРАЗВУКА В ПОЛУМЕТАЛЛЕ

С.Я.Рахманов

В работе [1] обсуждались условия, при которых интенсивная звуковая волна высокой частоты может сильно увлекать носители одной из долин полуметалла или вырожденного полупроводника, т.е. вызывать дрейф частиц со средней скоростью порядка скорости звука s. В настоящем сообщении предполагается, что вдоль направления распространения волны приложено постоянное электрическое поле E. В рамках модели (см. ниже), принятой для описания этой ситуации, получен следующий результат: исходная волна усиливается (или затухает – при обратном направлении E), причем вся мощность jE, получаемая носителями от поля, передается волне (j– полный ток частиц одной долины, порождаемый как звуковой волной, так и полем).

Как и в [1], предполагается, что для носителей одной долины выполняются следующие условия: 1) Вдоль направления распространения волны приложено сильное магнитное поле, достаточное для получения одномерного спектра [2] : $\hbar\Omega \gtrsim \epsilon_F$ (Ω – ларморовская частота, ϵ_F – энергия Ферми). 2) Интенсивность звука достаточно велика, $\Delta >> \hbar\omega, \Delta$ – энергия взаимодействия носителей с волной, ω – частота звука. 3) Длина волны звука λ удовлетворяет условию $(2\pi\hbar/\lambda) - 2p_F \lesssim p_F(\Delta/\epsilon_F)$, где p_F – импульс частицы на поверхности Ферми . 4) Низкая температура, $kT \lesssim \Delta$. Будем также считать, что $\omega >> \nu_n$ (ν_n – частота столкновений с примесями) и $\Delta << \epsilon_F$.

Используем следующую модель: одномерный газ заряженных частиц взаимодействует (для определенности – через деформационный потенциал с константой Λ) с классической звуковой волной и упруго рассеивается на примесях. Соответствующий гамильтониан имеет вид:

$$\hat{H} = \int dx \left\{ \frac{d}{2} [U_t'^2 + S^2 (U_x')^2] + n [\hat{\psi}^+ \Lambda \frac{\partial U}{\partial x} \hat{\psi} + \hat{\psi}^+ \frac{\hat{p}^2}{2m} \hat{\psi} + \hat{\psi}^+ V_{\text{пр}} \hat{\psi} + \hat{\psi}^+ eE\hat{x}\hat{\psi}] \right\}. \quad (1)$$

Здесь $U(x,t)$ описывает волну, d – плотность кристалла, m – эффективная масса носителя, $\hat{\psi}^+$, $\hat{\psi}$ – операторы рождения и уничтожения, n – плотность числа носителей, $V_{\text{пр}}$ – потенциал примесей. В этой модели при $E = 0$ суммарная энергия частиц и звуковой волны сохраняется и, следовательно, при затухании звука растет энергия частиц. При $E \neq 0$ носители получают энергию от электрического поля и передают часть (определяемую значениями входящих в задачу параметров) звуковой волне. В интересующем нас случае (см. 1)– 4)) спектр носителей имеет щель, находящуюся несколько выше поверхности Ферми и почти непроницаемую для частиц, поэтому носители не могут поглощать энергию: при $E = 0$ затухание звука очень мало, а при $E \neq 0$ волне передается *вся* мощность jE.

Для пояснения высказанных утверждений опишем кратко решение задачи. Предположим, что существует незатухающая звуковая волна. Подставляя $U(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$, получим из (1) уравнение для матрицы плотности носителей[1)]

$$i\hbar\dot{\hat{\rho}} = [\hat{H}_0\ \rho] + [eE\hat{x}, \hat{\rho}] + W\hat{\rho}. \qquad (2)$$

Оператор W (интеграл столкновений) описывает усредненное рассеяние на примесях (см.[1]). Уравнение (2) удобно решать в системе координат, движущейся с волной, где $\hat{H}_0$ принимает вид

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + S\hat{p} + \Delta\cos(k\ x), \quad \Delta = \Lambda k A. \qquad (3)$$

Спектр оператора H_0 имеет щель Δ с центром в точке $\epsilon_0 = \hbar^2k^2/8m$. В системе координат, связанной с волной, примеси движутся со скоростью s, поэтому носители рассеиваются с изменением энергии. Наиболее часто (с частотой ν_n) происходит рассеяние с изменением энергии $\sim\hbar\omega$ (см. рис. в [1]). Переходы через щель (с изменением энергии $\sim\Delta$) происходят очень редко, с частотой $\nu_n(\Delta/\epsilon_F)^{(2\Delta/\hbar\omega)}$.

Во внешнем электрическом поле происходит зинеровское туннелирование через щель [3], однако при выполнении условия $eE << \Lambda^2k/\epsilon_F$ вероятность его экспоненциально мала[2)]. В силу указанных обстоятельств носители, находившиеся в начале ниже щели (пусть $T = 0$, $\epsilon_0 - \epsilon_F \gtrsim \Delta/2$) и в дальнейшем останутся там. Изменение распределения частиц по уровням описывается уравнением (2), которое при выполнении условия $\Delta >> \hbar\omega$ сводится к уравнению диффузии, если пренебречь переходами через щель и разложить интегральный оператор W по малому параметру. За время порядка $\nu_n^{-1}(\Delta/\hbar\omega)^2$ устанавливается стационарное распределение и большой по величине стационарный ток

$$j \sim neS, \qquad (4)$$

зависящий от E ($j_{CT}(E) \gg j_{CT}|_{E=0}$, ток j_{CT} в (4) вычисляется в лабораторной системе координат). В дальнейшем полная энергия носи-

---

1) Из-за взаимодействия с носителями амплитуда волны меняется за время, большее чем характерные времена уравнения (2), и, следовательно, может в (2) считаться постоянной, если $a = n\Lambda^2/\epsilon_F dS^2 << 1$. В висмуте $a \sim 10^{-3}$.

2) Этому условию, например, с большим запасом удовлетворяют поля, обычно используемые для усиления звука в полупроводниках, $E \sim \frac{mS}{e\tau}$, где τ – время пробега, если $\tau \sim \nu_n^{-1}$

телей не меняется, а поглощаемая мощность $j_{\text{ст}}E$ целиком передается звуку и расходуется в основном на увеличение амплитуды исходной волны (гармоники генерируются с меньшей скоростью, $\sim(\Delta/\epsilon_F)^{\ell}$, ℓ - номер гармоники). Рост амплитуды волны пропорционален недиагональному элементу матрицы плотности $\rho_{p,p-k}$, который должен быть определен из уравнения (2). Можно, однако, сразу воспользоваться законом сохранения энергии.

В частном случае, когда заполнены все уровни ниже щели (т.е. $\epsilon_F = \epsilon_0 - (\Delta/2)$, все расчеты особенно просты. В этом случае $j_{\text{ст}} = neS$ и не зависит от E, звуку передается мощность $neSE$, и амплитуда волны растет по закону

$$A(t) = \sqrt{A^2(0) + \frac{2enSE}{dS^2k^2}t} \, .$$

Мы не рассматриваем процессы, которые ограничат рост $A(t)$.

Использованная нами модель не отражает всех процессов в реальных полуметаллах или полупроводниках. Мы пренебрегали взаимодействием звука с носителями других долин (имея в виду, что можно создать условия, когда требования 1) – 4) выполняются только для одной долины; например, условие 1) в висмуте для дырок выполняется в более сильных полях, чем для электронов). Не учитывалось рессеяние носителей на тепловых фононах и нулевых колебаниях решетки, а также междолинное рассеяние (эти процессы менее эффективны, чем внутридолинные рассеяния на примесях и не меняют результатов). Важную роль, по-видимому, могут играть межчастичные взаимодействия. Несмотря на относительную слабость, они влияют как на скорость переходов частиц через щель, так и на распределение под щелью. Эти вопросы будут рассмотрены в другой работе.

Автор благодарит М.Я. Азбеля и Э.И. Рашбу за обсуждение работы.

Институт теоретической физики
им. Л.Д. Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 ноября 1971 г.

Литература

[1] С.Я. Рахманов. Письма в ЖЭТФ, 12, 266, 1970.
[2] Н.Б. Брандт, Е.А. Свистова. УФН, 101, 249, 1970.
[3] Дж. Займан. Принципы теории твердого тела. М., 1966, гл. 6, § 8.