Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 2, стр 120 – 122 20 января 1972 г.

ДЕСТРУКТИВНАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПРИ РАССЕЯНИИ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МОНОКРИСТАЛЛЕ

Н. П. Калашников, Э. А. Коптелов, М. И. Рязанов

1. Как известно, даже для релятивистских электронов с малой длиной волны упругое рассеяние в монокристалле имеет интерференционный характер из-за того, что передаваемая в продольном (по движению частицы) направлении длина волны ($\hbar = c = 1$, $\kappa = me^2Z^{1/3}$)

$$(p_{1x} - p_{2x})^{-1} \sim (p\theta^2)^{-1} \sim p\kappa^{-2}$$

может существенно превышать межатомные расстояния. Тер-Микаэлян [1] исследовал этот эффект в борновском приближении для рассеяния на монокристалле в целом. Условие применимости теории возмущений

$$\frac{1}{v}\int dx\, U \approx \frac{1}{v} UL \ll 1 \tag{1}$$

($v = p/E$ – скорость релятивистского электрона) существенно ограничивает сверху толщину L монокристалла в направлении движения электрона. Цель настоящего сообщения – обратить внимание на то, что для толщин кристалла, превышающих борновский предел (1) интерференционный эффект при рассеянии качественно отличается от рассмотренного в [1]. Пусть

$$L < p\kappa^{-2} \tag{2}$$

и можно воспользоваться известным приближением высоких энергий [2] для амплитуды рассеяния на монокристалле в целом

$$f(\mathbf{q}) = ip \int\limits_0^\infty r\,dr\,J_0(qr) \left\{1 - \exp\left[-\frac{i}{v}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx\, U(r_\perp, x)\right]\right\}, \tag{3}$$

где J_0 – функция Бесселя, $\mathbf{q}$ – передаваемый импульс.

2. Применяя (3) к рассеянию на монокристалле, следует учесть, что область применимости (3) ограничена не очень большими углами $\theta < \sqrt{\kappa/p}$ и условием (2). В предельном случае $p\kappa^{-2} >> L >> (Ze^2)^{-1}a$ для направления падения электронов вдоль кристаллографической оси из (3) следует выражение для полного сечения рассеяния в монокристалле

$$\sigma = N_\perp \pi\, \kappa^{-2} \ln^2 \left(LZe^2\gamma \frac{\sqrt{\pi}}{av}\right), \tag{4}$$

где $N_\perp$ – число атомов в поперечной плоскости, $\gamma \cong 1{,}781$ – постоянная Эйлера. Диференциальное сечение в том же случае равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = N_\perp \kappa^{-2} \ln^2 \left(LZe^2 \frac{\gamma\sqrt{\pi}}{av}\right) \frac{J_1\left(2p \sin\frac{\theta}{2}\kappa^{-1}\ln\left(LZe^2 \frac{\gamma\sqrt{\pi}}{av}\right)\right)}{4\sin^2\frac{\theta}{2}}. \tag{5}$$

Формулы (4) – (5) слабо зависят от толщины кристалла и имеют дифракционный характер. От потенциала отдельного атома в (4) – (5) остался только радиус действия κ^{-1} и константа связи Ze^2. (Подчеркнем, что формулы (4) – (5) не допускают перехода к пределу малых L из-за условия $L > (Ze^2)^{-1}a$!). Полученные соотношения (4) – (5) справедливы при условии, когда можно пренебречь рассеянием на тепловых колебаниях, т. е. когда

$$L << \frac{a\ln^2\left(LZe^2 \frac{\gamma\sqrt{\pi}}{av}\right)}{(Ze^2)^2\ \kappa^2\overline{u^2}}, \tag{6}$$

где $\overline{u^2}$ – средний квадрат теплового смещения атома.

3. Смысл полученного решения может быть пояснен рассмотрением рассеяния на двух центрах, расположенных в точках $\mathbf{r} = 0$ и $\mathbf{r} = \mathbf{a}$. При выполнении условий $\sin(\mathbf{p}\,\mathbf{a}) << 1$ и $a << p\kappa^{-2}$ из (3) следует, что амплитуда рассеяния на двух центрах $f_2(\mathbf{q})$ связана с одноцентровой амплитудой $f_1(\mathbf{q})$ соотношением

$$f_2(\mathbf{q}) = f_1(\mathbf{q}) + f_1(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}_\perp \mathbf{a}_\perp} + \frac{i}{2\pi p}\int f_1(\mathbf{s}_\perp) f_1(-\mathbf{s}_\perp) e^{i\mathbf{s}_\perp \mathbf{a}_\perp} d^2 s_\perp. \tag{7}$$

Если центры – кулоновские, то отсюда следует полное сечение рассеяния на двух центрах

$$\sigma_2 = 2\sigma_1 + 2\sigma_1 \{\theta a\kappa K_1(\theta a\kappa)\} - \sigma_1 \frac{(Ze^2)^2}{4} \exp\left\{-\frac{1}{4}\theta^2 a^2\kappa^2\right\}, \tag{8}$$

где K_1 – функция Макдональда. При $\theta a\kappa \ll 1$

$$\sigma_2 \cong 4\sigma_1 - \sigma_1 \frac{(Ze^2)^2}{4}.$$

Здесь первое слагаемое совпадает с результатом приближения Тер-Микаеляна [1], так что в результате интерференции происходит сложение амплитуд рассеяния на каждом центре. Однако, рассеяние на первом атоме изменяет падающий на второй атом поток частиц и это обстоятельство нарушает условия интерференции. Другими словами, наличие тени от первого атома приводит к деструктивной интерференции.

Приведенная интерпретация эффекта находит подтверждение при рассмотрении дифракции на двух непроницаемых сферах. В этом случае глубокая тень от первой сферы может подавить вклад второй сферы в сечение рассеяния. В предельном случае, когда скорость направлена по линии центров, двухцентровое сечение просто совпадет с одноцентровым. В кулоновском случае затенение также имеется, но оно мало вследствие малости константы взаимодействия Ze^2 и глубокая тень образуется при наложении теней от цепочки атомов на кристаллографической оси. Для длинной цепочки глубинные атомы полностью затенены и не влияют на рассеяние – отсюда слабая зависимость от L формул (4)и (5).

4. Из сказанного следует, что интерференционный эффект при рассеянии быстрых электронов в монокристалле проявляется только в достаточно тонком монокристалле, пока его толщина $L < (a/Ze^2)$. Даже в благоприятном случае малых Z эта толщина не превышает 10^2 одноатомных слоев. Следует также отметить, что интерференционный эффект сильно зависит от Z: для монокристаллов конца периодической системы глубокое затенение наступает уже при наложении теней от нескольких атомов и интерференционный эффект становится мало существенным.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
13 декабря 1971 г.

Литература

[1] М.Л.Тер-Микаелян. ЖЭТФ, 25, 289, 1953.

[2] L.I.Schiff. Phys. Rev., 103, 443, 1956.

[3] R.J. Glauber. Phys. Rev., 100, 242, 1955.