Письма в ЖЭТФ, том 15, вып 4. стр. 211 – 215 20 февраля 1972 г.

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЙ В БОЗЕ-СИСТЕМЕ С КОНДЕНСАТОМ

Ю. А. Непомнящий

В настоящей статье строится теория связанных состояний элементарных возбуждений в жидком He^4 (или вообще, в однородной бозе-системе с конденсатом). Теория выясняет специфическую роль конденсата, заставляющую пересмотреть обычное соответствие между связанными состояниями и полюсами многочастичных функций Грина. Это позволяет, в частности, объяснить, почему ветвь, обнаруженная в экспериментах с рамановским рассеянием и характеризующая связанное состояние двух ротонов с отличным от нуля моментом $\ell = 2$ [1], не проявляется сколько-нибудь четко в экспериментах с рассеянием нейтронов [2]. Теория использует метод функций Грина и фейнмановскую диаграммную технику, однако никаких ссылок на теорию возмущений не делается.

Исходным для теоретического анализа связанных состояний в He^4 служит обстоятельство, обнаруженное Питаевским в его теории окончания одночастичного спектра [3]: если принять, что одночастичный спектр имеет фононно-ротонный вид (рис. 1, ϵ_1), то в диаграммах, содержащих звенья с двумя функциями Грина ...  ..., каждое звено содержит логарифмическую особенность, связанную с ротонным минимумом; сумма диаграмм дает вклад

$$\sim \frac{1}{1 + Q(p)\ln\dfrac{a}{2\Delta - \epsilon}} \qquad (1)$$

(Δ – ротонный минимум).

Поскольку описанные диаграммы входят и в собственно-энергетическую часть  , аналогичная особенность возникает в знаменателе одночастичной функции Грина

$$G^{-1} = A^{-1}\left[\epsilon - \epsilon_p^{\circ} + \frac{P(p)\ln\dfrac{a}{2\Delta - \epsilon}}{1 + Q(p)\ln\dfrac{a}{2\Delta - \epsilon}}\right] \qquad (2)$$

$P > 0$; ϵ_p° – " регулярная" часть спектра, т. е. сумма диаграмм, не содержащих описанной особенности. Из (1, 2) видно, что в случае эффективного притяжения между двумя ротонами ($\theta(p) < 0$), независимо от величины взаимодействия, возникает полюс вершины (1) ϵ_2, а при условии $P/|Q| < \Delta$ – дополнительный полюс у $G(\epsilon_3$, рис. 1); на это было обращено внимание в работе [4].

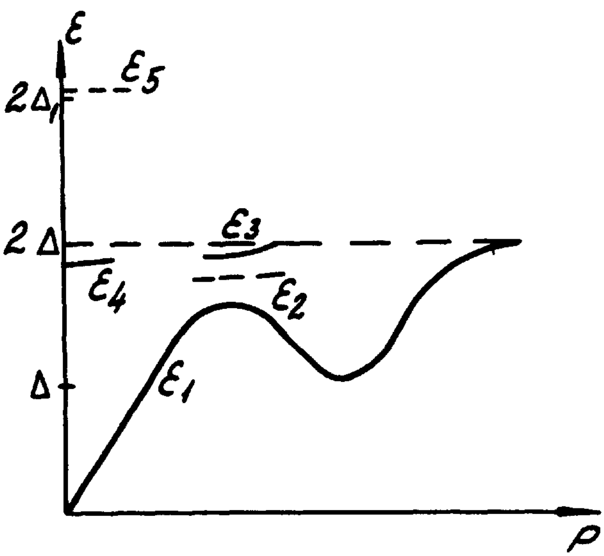


Рис. 1

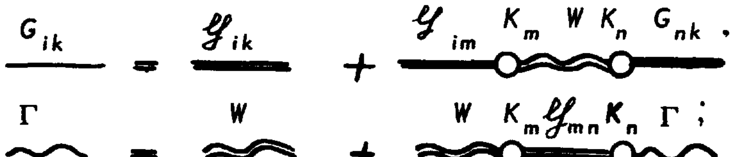
Сформулируем теперь два утверждения, составляющие основу предлагаемой теории. Первое касается экспериментов с нейтронами, т. е. свойств функции линейного отклика на возмущения плотности $\chi(p, \epsilon)$: набор полюсов этой функции у бозе-системы с конденсатом тождественно совпадает с набором полюсов одночастичной функции Грина надконденсатных частиц. Отсюда, в частности, следует, что ветвь ϵ_2 не может быть обнаружена в экспериментах с нейтронами. Опишем идею доказательства: в силу несохранения числа надконденсатных частиц ротонная связанная пара способна превращаться в одночастичное возбуждение  , и наоборот, но если имеются два бозе-поля, взаимодействующие друг с другом путем взаимопревращения (т. е. $H_{int} \sim a_1^+ a_2 + a_1 a_2^+$), то их затравочные частоты не только смещаются в результате взаимодействия, но и дублируются в каждой из функций Грина $< T a_1 a_1^+ >$, $< T a_2 a_2^+ >$, или, на другом языке, функции Грина превращаются в компоненты матричной функции Грина $< T a_i a_k^+ >$

(с единым знаменателем). Таким образом χ и $G = G_{ik} = \begin{pmatrix} G'(p) \hat{G}(p) \\ \check{G}(p)\, G'(-p) \end{pmatrix}$ можно рассматривать как разные компоненты матричной функции Грина (3×3).

Приведем теперь конкретную схему доказательства[1]: χ связано с "линией взаимодействия" Γ

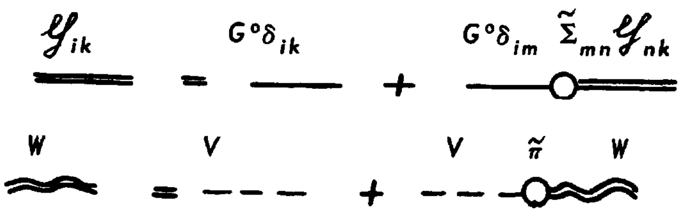
$$\delta n(p, \epsilon) = \; = x \; = \chi(p, \epsilon)\,\delta U(p, \epsilon) = \frac{\delta U}{V_p}\,\Gamma(p, \epsilon)\,\tilde{\pi}(p, \epsilon) \tag{3}$$

(n – плотность, V_p – фурье-компонента парного потенциала). Полюса Γ и G_{ik} совпадают – это следует из уравнений



(4)

последние легко получить, используя вспомогательные функции

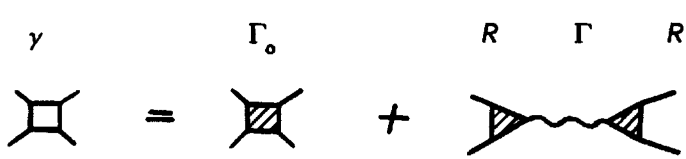


(5)

и неприводимые "собственно-энергетические части" k, $\tilde{\Sigma}$, $\tilde{\pi}$, на входе и выходе которых линии либо частиц, либо потенциала. Остается заметить, что полюса χ и Γ совпадают, так как в полюсе $\tilde{\pi}\,\Gamma = 0$.

Видно, что ϵ_2 (полюс W) – это только затравочная частота ротонных пар, т. е. вообще не соответствует каким-либо возбуждениям в системе, подобно ϵ_p^o (полюсу $\mathcal{G}$) – затравочной частоте надконденсатных частиц. Напротив, ϵ_1 и ϵ_3 – частоты частиц и пар, "исправленные" с учетом взаимодействия.

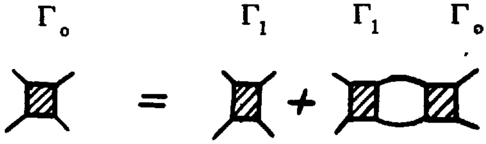
Второе утверждение: существуют возбуждения типа связанных пар, не входящие в χ и G и, следовательно, не имеющие отношения к нейтронным экспериментам. Для доказательства представим полную вершину рассеяния двух частиц в виде суммы:



(6)

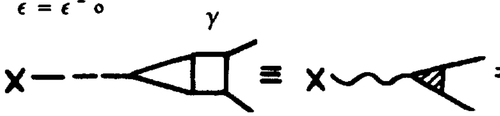
[1] Детальное изложение теории будет опубликовано в подробной статье.

где



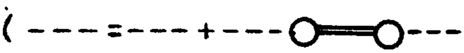
$$\sim \frac{\Gamma_1}{1 + Q_1 \ln \dfrac{a}{2\Delta - \epsilon}} \qquad (7)$$

(вершины Γ_0, R неприводимы по одной линии частиц и потенциала, Γ_1 – также и по двум линиям частиц). Можно показать,[1] что полюс Γ_0 ($\epsilon = \epsilon^{\Gamma_0}$) есть одновременно полюс γ, т. е. соответствует реальным возбуждениям $|\epsilon_4|$, и что при этом он не содержится в χ: при $\epsilon = \epsilon^{\Gamma_0}$



$$= \chi\, \delta U(R/\pi) = 0, \qquad (8)$$

т. е. $\chi(\epsilon = \epsilon^{\Gamma_0}) = 0$

(; R/π конечно). Характер соответствующего связанного состояния определяется тем, что оно не содержит колебаний плотности; его вклад в δn равен нулю даже при $\delta U \neq 0$ (8, 3). Это значит, что внутренняя волновая функция пары обращается в нуль при совпадении аргументов, т. е. в ее состав входят гармоники с $l \neq 0$. Далее, волновая функция пары должна быть вообще такова, чтобы в ней не содержались одночастичные состояния, ибо они также связаны с колебаниями плотности, т. е. матричный элемент перехода пары в одночастичное состояние должен быть равен нулю. Этому соответствует волновая функция со спиральностью $(\mathbf{l}\,\mathbf{p}/|\mathbf{p}|) \equiv m \neq 0$ (m сохраняется и классифицирует возможные связанные состояния с заданным p в силу цилиндрической симметрии; $Q_{m=0} \equiv Q$, $Q_{m \neq 0} \equiv Q_1$ см.(1, 7)).

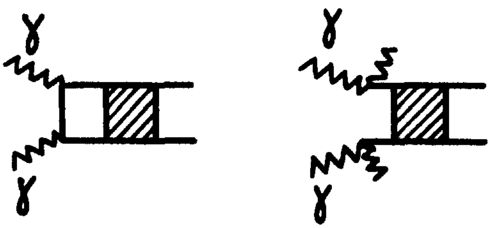


Рис. 2

Таким образом, если переход пары в одночастичное состояние разрешен ($m = 0$), полюс неприводимой вершины $\Gamma^{(m=0)} \equiv W$ является затравочным для двухчастичного полюса G или χ; если переход запрещен ($m \neq 0$), $\Gamma^{(m \neq 0)} \equiv \Gamma_0$ характеризует независимые двухчастичные возбуждения и является полюсом γ, но не G или χ. Хотя ветви с $m \neq 0$ ненаблюдаемы в нейтронных экспериментах, где рассеяние однократно, они должны проявляться в эффектах второго порядка по внешнему возмущению, в частности при рамановском рассеянии [1] (рис. 2; в эксперименте $p \to 0$, $l = 2$).

Рассмотрим вопрос о затухании. Если ветвь $\epsilon_1 \leqslant 2\Delta$ устойчива к распаду на одночастичные возбуждения, то p, Q, a в (1, 2) вещественны, однако, учитывая затухание явно, в (1, 2) следует заменить $\ln \to \ln + iF(\epsilon)\,\theta(\epsilon - \epsilon_1)$ (поскольку ϵ_1 – наинизшая из всех ветвей с $m = 0$). Видно, что ϵ_3 всюду затухает. Вопрос о существовании ϵ_3 у реального He^4 эксперименты с рассеянием нейтронов [2] оставляют, по-видимому, открытым . Ветви с $m \neq 0$ могут в принципе оказаться ниже ϵ_1, т. е. быть строго незатухающими.

В заключение отметим, принципиальную возможность существования других связанных состояний (помимо двухротонных). При определенных условиях возникает слабозатухающая ветка $\epsilon_5 > 2\Delta_1$. Аналогично предыдущему, используя логарифмические особенности , можно предсказать (в простых моделях – вычислить) связанные уровни трех и более частиц; например, при наличии минимума у ϵ_4 могло бы возникнуть связанное состояние возбуждений ϵ_4 с ротонами. Подобные состояния с $m = 0$ вошли бы в качестве новых ветвей в χ и G, с $m \neq 0$ – в функции Грина пар.

Выражаю глубокую благодарность Л.П.Питаевскому за подробное обсуждение результатов и ценные замечания, а также О.К.Калашникову, Л.В.Келдышу, Д.А.Киржницу, Н.М.Плакиде, А.А.Собянину и Е.С.Фрадкину за плодотворные дискуссии.

Пермский
государственный университет
им. А.М.Горького

Поступила в редакцию
10 января 1972 г.

Литература

[1] T.J.Greytak, R.Woerner, I. Yan a.R.Benjamin. Phys. Rev. Lett., 25, 1547, 1970.

[2] R.A.Cowley, A.O.B.Woods. Can. J. Phys., 49, 177, 1971.

[3] Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, 36, 1168, 1959.

[4] Л.П.Питаевский. Письма в ЖЭТФ, 12, 118, 1970.