Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 4, стр. 215 – 218 20 февраля 1972 г.

О ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ АСИМПТОТИКЕ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ И ВЕРШИННЫХ ФУНКЦИЙ

Л. А. Халфин

1. В большом количестве работ последнего времени (см., например, [1 – 4]) эксплуатировалась связь между высокоэнергетической асимптотикой амплитуд рассеяния (и вершинных функций) и пространствен-

но-временной структурой матричных элементов коммутаторов соответствующих токов на световом конусе. Основой указанных работ служило общепринятое априорное убеждение в том, что высокоэнергетическая асимптотика полностью контролируется указанной пространственно-временной структурой лишь на световом конусе. Это убеждение в свою очередь основывалось на том, что асимптотика интегралов Фурье контролируется только точками разрыва непрерывности подинтегральной функции или ее производных. В недавней работе [5] было обращено внимание на то, что последний факт является строгим лишь для одномерных интегралов Фурье, а для многомерных интегралов Фурье он, вообще говоря, не имеет места. На основании этого замечания в [5] построен пример, когда высокоэнергетическая асимптотика определяется пространственно-временной структурой не на световом конусе.

2. Ниже, на основании представления высокоэнергетической асимптотики из [6], выясняются: а) причина возможной определяемости этой асимптотики пространственно-временной структурой не на световом конусе, б) условия, при которых это имеет место, в) экспериментальные тесты для проверки этих условий. В этом кратком сообщении все демонстрируется на примере исследования асимптотики мнимой части амплитуды рассеяния вперед виртуального γ-кванта с "массои" $|q^2|$ и энергией q_0 на нуклоне [2]:

$$\operatorname{Im} M(q_0, q^2) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} e^{iq_0 t - i\sqrt{q_0^2 - q^2}\, z} f(z, t)\, dz, dt, \tag{1}$$

где $f(z, t)$ связана с матричным элементом коммутатора соответствующих токов, ось z направлена по вектору $\mathbf{q}$ [1)].

Ниже рассматриваются два асимптотических режима: 1) $q_0 \to \infty$, $|q^2| \to \infty$, $\omega = q^2/q_0 = \text{const}$ (Бьеркенский A-режим) 2) $q_0 \to \infty$, $q^2 = \text{const}$ (Реджевский R-режим). На основании условия причинности получаем [6]

$$\operatorname{Im} M(q_0 . q^2) = 2\operatorname{Re} \left\{ \int\limits_0^\infty \exp\left[- iq_0 z + i\frac{\omega}{r} z\right] dz \int\limits_{-\infty}^{-z} \exp(iq_0 t) f(z,t) dt + \right.$$

$$\left. + \int\limits_0^\infty \exp - \left[iq_0 z + i\frac{\omega}{2} z\right] dz \int\limits_z^\infty \exp[iq_0 t] f(z, t) dt \right\} \tag{2}$$

для A-режима. Формула для R-режима получается из (2) заменой $\omega \to q^2/q_0$. Из этих формул следует, что исследование асимптотики в A-режиме сводится к исследованию асимптотик одномерных интегралов Фурье при бесконечно больших значениях аргумента ($q_0 \to \infty$),

1) В (1) уже выполнено интегрирование по x и y; обозначения из [2, 6].

а исследование R-режима сводится к исследованию асимптотик одномерных интегралов Фурье как при бесконечно больших значениях аргумента ($q_0 \to \infty$), так и при бесконечно малых значениях аргумента ($q^2/2q_0 \to 0$). В предположении регулярности $f(z, t)$ внутри светового конуса и однородности особенностей на конусе[1] получаем из (2) [6]:

$$\operatorname*{Im}_{q_0 \to \infty,\ \omega = \mathrm{const}} M(q_0, q^2) \approx 2\,\mathrm{Re}\left\{\Phi_1(q_0)\int_0^\infty \exp[-2iq_0 z]\,\phi(z, -z)\,dz + \right.$$

$$\left. + \Phi_2(q_0)\int_0^\infty \exp\left[i\frac{\omega}{2}z\right]\phi(z, z)\,dz\right\} \tag{3}$$

и аналогичную формулу для R-режима заменой $\omega \to q^2/q_0$. В (3):

$$\int_{-z}^\infty e^{iq_0 t} f(z, t)\,dt \underset{q_0 \to \infty}{\to} \Phi_1(q_0)\, e^{-iq_0 z}\phi(z, -z),$$

$$\int_z^\infty e^{iq_0 t} f(z, t)\,dt \underset{q_0 \to \infty}{\to} \Phi_2(q_0) e^{iq_0 z}\phi(z, z)\ . \tag{4}$$

Из (3), (4) следует, что асимптотика $\mathrm{Im}\,M(q_0, q^2)$ определяется пространственно-временной структурой на световом конусе, ибо этой структурой определяются асимптотики соответствующих (см. (2)) одномерных интегралов Фурье, однако это имеет место только, если эти главные члены асимптотик не компенсируют друг друга в (3). Если эта компенсация имеет место, то уже асимптотика $\mathrm{Im}M(q_0, q^2)$ определяется следующими членами асимптотических разложений одномерных интегралов Фурье, которые уже, вообще говоря, не определяются пространственно-временной структурой на световом конусе. Условия, при которых это имеет место, непосредственно следуют из (3). Приведем для определенности пример этих условий. Для (1) в дополнительном предположении, что $f(z, t)$ абсолютно интегрируемая функция $f(z, -z) \neq 0$, $f(z, z) \neq 0$:

$$\mathrm{Im}\int_0^\infty e^{i\frac{\omega}{2}z} f(z, z)\,dz = 0, \quad -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\,f(0, 0) = \mathrm{Re}\int_0^\infty e^{i\frac{\omega}{2}z}\left.\frac{\partial f(z, t)}{\partial t}\right|_{t=z} dz. \tag{5}$$

Выполнение условий типа (5) позволит использовать аналитические свойства по ω, и, следовательно, дисперсионные соотношения и соответствующие правила сумм. Таким образом, зная пространственно-временную структуру лишь на световом конусе можно однозначно решить вопрос – определяется или нет высокоэнергетическая асимпто-

[1]) Нетрудно получить аналогичные результаты и для неоднородных особенностей.

тика пространственно-временной структурой на световом конусе. Существенно, что ответить на этот вопрос можно также исследуя экспериментальные данные, а именно, изучая зависимость асимптотики от инвариантов q^2 в R-режиме, ω в A-режиме. Действительно из (3) можно показать, что, если асимптотика $\operatorname{Im} M(q_0, q^2)$ неубывающая по q_0 и зависит от q^2 в R-режиме или от ω в A-режиме, то эта асимптотика определяется пространственно-временной структурой лишь на световом конусе[1]. Если же асимптотика не зависит от этих инвариантов, то она может определяться пространственно-временной структурой и не на световом конусе. В связи с этим экспериментальное исследование асимптотики в зависимости от инвариантов особенно актуально.

Если считать экспериментальные данные [7] за действительно асимптотические, то $\operatorname{Im} M(q_0, q^2)$ не убывает при $q_0 \to \infty$, явно зависит от q^2 и ω в асимптотической области, и, следовательно, асимптотика $\operatorname{Im} M(q_0, q^2)$ определяется в A- и R-режимах полностью пространственно-временной структурой на световом конусе.

Аналогичные результаты можно получить при исследовании других амплитуд рассеяния и вершинных функций, поскольку математически задачи сводятся к исследованию асимптотик интегралов типа (1).

Поступила в редакцию
10 января 1972 г.

Литература

[1] В.Н.Грибов, Б.Л.Иоффе, И.Я. Померанчук. ЯФ, 2, 768, 1965.

[2] Б.Л. Иоффе. Письма в ЖЭТФ, 9, 163; 10, 143, 1969.

[3] R.Brandt. Phys. Rev., Д1, 2808, 1970.

[4] R.Brandt, G.Preparata. Phys. Rev. Lett., 25, 1530, 1970.

[5] I. Sucher, C.H.Woo. Phys. Rev. Lett., 27, 696, 1971.

[6] Л.А.Халфин. О пространственно-временной картине рассеяния при высоких энергиях. Препринт, 1971.

[7] W. Panofsky. Vienna Conference on High Energy Physics, 1968.

[1] Этот факт отмечен в [6].