

ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ И МЮОННЫХ ПАР НА ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

Э. А. Кураев, Л. Н. Липатов

Задача вычисления асимптотики полного сечения образования e^+e^- -пар при столкновении быстрых заряженных частиц впервые была рассмотрена Ландау и Лифшицем в 1934 г. [1]. Было показано, что при сверхвысоких энергиях $\sqrt{s} = 2E$ сечение растет как $(a^2 r_0^2 / \pi) (28/27) \ln^3(s/m_e^2)$. В последнее время возник математический аппарат [2], с помощью которого вычисление полных и дифференциальных сечений при больших энергиях может быть проведено с большей точностью. Нахождение более точных выражений представляет интерес для экспериментов на встречных пучках. В работах ряда авторов [3, 4] недавно были получены поправки к полному сечению $\sim a^2 r_0^2 \ln^2(s/m_e^2)$ и $a^2 r_0^2 \ln(s/m_e^2)$. В настоящей работе приводятся результаты расчета вклада в полное сечение с точностью до членов $\sim a^2 r_0^2$ от диаграммы рис. 1 для образования e^+e^- -пар и вклад от всех диаграмм для случая рождения $\mu^+\mu^-$ -пары.

Вычисления проводились с помощью судаковской техники [5], развитой недавно в связи с задачей поиска главных логарифмических асимптотик различных процессов в квантовой электродинамике [2].

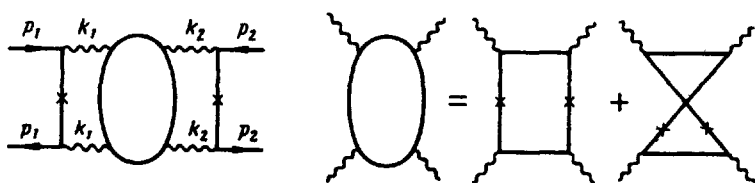


Рис. 1

Мы разбиваем область интегрирования по перпендикулярным составляющим переданных импульсов k_1, k_2 (см. рис. 1, а) на четыре области $|k_{1,2}^{\perp 2}| < \sigma$, $|k_{1,2}^{\perp 2}| > \sigma$, где σ – величина много меньшая квадрата массы рожденных частиц, малость которой не связана с энергией. Каждую из областей $k_i^{\perp 2} > \sigma$ мы разбиваем на две подобласти: $\sqrt{\epsilon} < \beta_i < 1$ и $\sqrt{\epsilon} > \beta_i$, где β_i – доля энергии, передаваемая соответствующей начальной частицей паре, а ϵ – число много меньшее σ/m_e^2 . Вычисленное нами в каждой из этих областей сечение имеет самостоятельный интерес и может быть в принципе экспериментально выделено путем измерения энергий и углов рассеяния начальных частиц. Из-за ограниченности места мы здесь не можем привести эти частичные сечения.

Путем сравнения выражения для сечения, полученного с помощью метода Вайдзеккера – Вильямса и формулы Борселино [6] для сечения образования пары $\sigma_B(s_1)$ фотоном на электроне с выражением,

найденным путем суммирования всех частичных сечений с $k_{21}^2 < \sigma$ мы получаем следующие правила сумм для формулы Борселино

$$\int_{8m_e^2}^{\Lambda} \frac{ds_1}{s_1} \sigma_B(s_1) = ar_0^2 \left[\frac{14}{9} \ln^2 \frac{\Lambda}{m_e^2} - \frac{218}{27} \ln \frac{\Lambda}{m_e^2} - 13 \frac{\pi^2}{12} + \frac{418}{27} \right] + O\left(\frac{m_e^2}{\Lambda}\right), \quad (1)$$

$$\int_{8m_e^2}^{\Lambda} \frac{ds_1}{s_1} \sigma_B(s_1) \ln \frac{s_1}{m_e^2} = ar_0^2 \left[\frac{28}{27} \ln^3 \frac{\Lambda}{m_e^2} - \frac{109}{27} \ln^2 \frac{\Lambda}{m_e^2} - \frac{217}{24} \xi(3) - \frac{503}{36} \frac{\pi^2}{6} - \frac{61}{6} \frac{\pi^2}{6} \ln 2 + \frac{22714}{4 \cdot 243} \right] + O\left(\frac{m_e^2}{\Lambda}\right), \quad (2)$$

где $s_1 = 2kr$, k, p – импульсы начальных фотонов и электрона,

$$\Lambda \gg m_e^2 \quad \xi(3) = \sum_1^{\infty} n^{-3}.$$

Численная проверка соотношений (1), (2) при помощи редуционных формул Максимова [7] подтверждает наши расчеты. Аналогичные правила сумм найдены для случая рождения μ -мезонных пар. Учет диаграммы рис. 2 позволяет нам написать соотношения типа (1), в которых под интегралом стоит полное сечение образования мюонных пар.

При вычислении вкладов всех областей зависимость от параметров ϵ и σ выпадает. Приведем выражения для вклада в полные сечения рождения e^+e^- -пар:

$$\sigma_I = \frac{\alpha^4}{\pi m_e^2} \left[\frac{28}{27} \ln^3 \frac{s}{m_e^2} - \frac{178}{27} \ln^2 \frac{s}{m_e^2} - \left(\frac{164}{9} \frac{\pi^2}{6} - \frac{490}{27} \right) \ln \frac{s}{m_e^2} - \frac{571}{9} \xi(3) + \frac{52}{3} \frac{\pi^2}{6} \ln 2 + \frac{1045}{108} \frac{\pi^2}{6} + \frac{70515}{486} \right] \quad (3)$$

и мюонных пар

$$\sigma_I = \frac{\alpha^4}{\pi m_\mu^2} \left[\frac{28}{27} \ln^3 \frac{s}{m_\mu^2} - \frac{178}{27} \ln^2 \frac{s}{m_\mu^2} - \left(\frac{535}{81} + \frac{14}{3} \frac{\pi^2}{6} \right) \ln \frac{s}{m_\mu^2} - \frac{28}{9} \ln^2 \frac{s}{m_\mu^2} \ln \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + \frac{14}{9} \ln \frac{s}{m_\mu^2} \ln^2 \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + \frac{562}{27} \ln \frac{s}{m_\mu^2} \ln \frac{m_e^2}{m_\mu^2} - \frac{64}{9} \ln^2 \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + \left(\frac{56}{9} \frac{\pi^2}{6} - \frac{5855}{162} \right) \ln \frac{m_e^2}{m_\mu^2} - 115 \xi(3) - \right]$$

$$\left. - \frac{1763}{108} \frac{\pi^2}{6} + \frac{67043}{243} \right] \quad (4)$$

с точностью до членов $\sim m_\mu^2/s, m_e^2/s, m_e^2/m_\mu^2$.

Для случая рождения электронных пар (3) мы оценили, пользуясь методом Вайдзеккера – Вильямса вклад диаграмм рис. 2 и диаграмм, которые являются результатом интерференции механизмов Бете – Гайтлера (рис. 1) и тормозного механизма (рис. 2). Для этого мы воспользовались результатами Морка [7], который нашел поправку к формуле Борселино, происходящую от всех других диаграмм для полного сечения рождения пар в $\gamma - \ell$ -столкновениях. Учет всех других диаграмм изменяет коэффициент при $\ln(s/m_e^2)$ в (3) на 2% и величину константы в (3) на 1%. Мы надеемся представить в следующей работе результаты точного расчета вклада этих диаграмм.

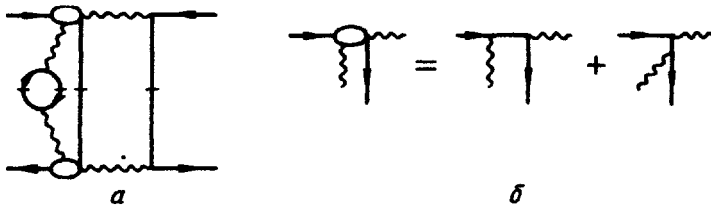


Рис. 2

Для случая рождения мюонных пар полное сечение определяется только вкладом диаграмм рис. 1, 2. Результат нашего вычисления вклада диаграммы рис. 2 совпадает с расчетом Байера и Фадина [8]. Таким образом, полное сечение образования мюонов в ee - и e^+e^- -столкновениях равно

$$\sigma = \sigma_I + 2\sigma_{II},$$

$$\sigma_{II} = \frac{4\alpha^4}{\pi m_\mu^2} \left\{ \left(\frac{52}{27 \cdot 25} \right) \ln \frac{s}{m_\mu^2} + \frac{1}{90} \ln^2 \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + \frac{39}{450} \ln \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + \frac{1}{45} \frac{\pi^2}{6} - \frac{3187}{250 \cdot 27} \right\}. \quad (4)$$

Вычисление по этой формуле для энергий $s \lesssim 1 \Gamma \text{эв}^2$ приводит к отрицательному значению для полного сечения, что свидетельствует о необходимости учета при этих энергиях поправочных членов $\sim m_\mu^2/s$. Поэтому представляет интерес иметь выражение для сечения в области $E \sim m_\mu \gg m_e$. В этой области энергий сечение содержит только два "больших" логарифма $\ln(m_\mu^2/m_e^2) \sim \ln(s/m_e^2)$ [9]. (Вычисление диаграммы рис. 1 при $k_1^{12}, k_2^{12} < \sigma \ll m_\mu^2$ дает следующий результат для полного сечения

$$\sigma_{ee \rightarrow ee\mu\mu} \sim \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \int_{s_{th}}^s \frac{ds_1}{s_1} \sigma_\gamma(s_1) \left[\ln^2 \frac{\sigma}{m_e^2} I_1(\epsilon) + \ln \frac{\sigma}{m_e^2} I_2(\epsilon) + I_3(\epsilon) \right],$$

где $\epsilon = \sqrt{s_1/s}$

$$I_1(\epsilon) = - (2 + \epsilon)^2 \ln \epsilon - (1 - \epsilon^2)(3 + \epsilon^2),$$

$$\tilde{I}_2(\epsilon) = 2(2 + \epsilon)^2 \ln^2 \epsilon + 4(\epsilon^2 - 5) \ln \epsilon + 2(1 - \epsilon)(\epsilon + 3),$$

$$\tilde{I}_3(\epsilon) = - \frac{2}{3} \ln^3 \epsilon - 8(1 + \epsilon) \ln^2 \epsilon + (16\epsilon^2 + 60\epsilon + 8) \ln \epsilon + (1 - \epsilon)(34\epsilon + 50)$$

$\sigma_Y(s_1)$ – сечение образования пары мюонов двумя фотонами [10]. Формула (6) справедлива также для случая рождения адронов. Для оценки порядка сечения можно положить в (6) $\sigma \sim m_\mu^2$ (или E) тогда первое слагаемое в (6) совпадает с результатом Бродского и др. [9].

В заключение отметим, что радиационные поправки к полному сечению рождения пары оказывается порядка $(\alpha^4/m^2\pi)\ln^3(s/m_e^2)$, что сравнимо с вкладом постоянного члена в (3, 4) для $\ln(s/m_e^2) \sim 20$.

Мы благодарны Г.В.Фролову и В.Г.Горшкову за полезные обсуждения и В.Т.Лазурику за проверку наших расчетов на ЭВМ.

Ленинградский

институт ядерной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
12 января 1972 г.

Литература

- [1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. *Sov. Phys.*, **6**, 224, 1934.
- [2] В.Г.Горшков, В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов, Г.В.Фролов. *ЯФ*, **6**, 129, 1967; *ЯФ*, **12**, 5, 994, 1970; В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. *ЖЭТФ*, **50**, 156, 1966; H. Cheng, T. T. Wu. *Phys. Rev.*, **182**, 1868, 1970.
- [3] Э.А.Кураев, В.Т.Лазурик-Эльцуфин. *Письма в ЖЭТФ*, **13**, 391, 1971.
- [4] В.Н.Байер, В.С.Фадин. *ЖЭТФ*, **61**, 476, 1971.
- [5] В.В.Судаков. *ЖЭТФ*, **30**, 87, 1956.
- [6] A. Borsellino. *Nuovo Cim.*, **4**, 112, 1947.
- [7] I. W. Motz, H. A. Olszen, H. W. Koch. *Rev. of Modern Phys.*, **41** part 1, 1969.
- [8] В.Н.Байер, В.С.Фадин. *Препринт ИЯФ 87-70*.
- [9] S. I. Brodsky, T. Kinoshita, H. Terazawa. *Phys. Rev. Lett.*, **25**, 972, 1971.
- [10] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. *Квантовая электродинамика*. Физматгиз, 1969.