Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 6, стр. 349 – 353 *20 марта 1972г.*

О ВЯЗКОМ ДВИЖЕНИИ ВИХРЕЙ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ ВТОРОГО РОДА

М.Ю. Куприянов, К.К. Лихарев

1. В работе Горькова и Копнина [1] был впервые развит последовательный подход к проблеме вязкого движения вихрей в сверхпроводниках второго рода при $T \approx T_c$, который заключается в применении обобщенных на нестационарный случай уравнений Гинзбурга – Ландау [2, 3]. Это позволило авторам работы [1] вычислить ту часть коэффициента трения η, которая связана с конечным временем релаксации параметра порядка к равновесному значению в сверхпроводниках с парамагнитными примесями.

Однако в работе [1] не был учтен тот вклад в диссипацию энергии, а, следовательно, в коэффициент трения, который связан с протеканием через сердцевину вихря нормальной компоненты тока. Такой вклад был оценен по порядку величины Бардиным и Стефеном [4].

Цель настоящей работы – найти эту часть коэффициента трения η в рамках модели, развитой в [1], а также обсудить вопрос о величине η в сверхпроводнике без парамагнитных примесей.

2. Рассмотрим сначала случай сверхпроводника с большой концентрацией парамагнитных примесей ($\tau_s^{-1} >> T_c,\ \Delta_\infty$)[1]. В этом случае уравнения можно привести к простому виду, выписанному в [1], даже если объемная плотность электрического заряда λ отлична от нуля. Действительно, если вводить градиентно-инвариантный потенциал μ следующим образом:

$$\mu = \dot{\theta} + 2e\psi, \qquad (1)$$

где ψ – введенный в [2] аномальный член, то система уравнений (1) – (3) работы [1] для величин $\mathbf{j}$, $\mathbf{Q}$, Δ, μ оказывается справедливой и замкнутой. Равенство же (19') работы [2] лишь определяет отклонение (очень малое) скалярного потенциала от ψ при известном λ. Далее в правую часть уравнения (4) работы [1] при $\lambda \neq 0$ войдет член $\dot{\lambda}$, однако он, как и член $\operatorname{div}\dot{\mathbf{Q}}$, пропорционален квадрату скорости $\dot{v}$ движения вихря и в первом приближении по $\dot{v}$ ими можно пренебречь.

Итак, уравнения (1) – (4) работы [1] являются вполне адекватными, однако из них не следует, что тождественно равен нулю потенциал μ, а, следовательно, объемная плотность зарядов $\lambda \sim \Delta^2\mu$. Действительно, уравнение для величины μ:

$$12\Delta^2\mu - \frac{1}{\kappa^2}\nabla^2\mu = 0 \qquad (2)$$

должно решаться с граничным условием $(\kappa^{-1}\nabla\mu + \dot{\mathbf{Q}}_0) \to \mathrm{const}$ при $\rho \to 0$, что необходимо для конечности плотности нормальной компоненты тока при $\rho \to 0$. Для амплитуды μ ($\mu(\rho, \phi) = \mu(\rho)\, e^{i\phi}$) это дает уравнение:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{d\mu}{d\rho}\right) - \frac{1}{\rho^2}\mu - 12\kappa^2 f^2\mu = 0 \qquad (3)$$

с граничным условием $\mu(0) \to i\dot{v}\kappa^{-1}\rho^{-1}$.

На рисунке показана рассчитанная численно зависимость амплитуд потенциала и плотности заряда от расстояния от центра движущегося вихря. Таким образом, движение вихря вызывает возникновение на "границе" сердцевины (расстояния $\sim \xi$) зарядов с дипольным моментом, пропорциональным скорости вихря $\dot{v}$ и направленным перпендикулярной ей. Согласно уравнению для $\mu(\rho, \phi)$ ((2) работы [1]), значение величины $f^2\mu$ в данной точке определяет также плотность точек трансформации линий сверхпроводящего тока в нормальный и обратно (в зависимости от знака $f^2\mu$). Такая картина отличается от описанной в [4] лишь размазкой по радиусу "поверхностного" заряда сердцевины.

Чтобы определить значение коэффициента трения, необходимо повторить процедуру суммирования уравнений, проделанную в [1], не опуская уже член с μ. При этом получается, что результаты, получен-

---
[1] Там, где это не оговаривается, обозначения совпадают с принятыми в [1].

ные в [1], справедливы, если заменить коэффициент γ на сумму:

$$\gamma = \gamma_R + \gamma_N \approx 0{,}438. \qquad (4)$$

Здесь $\gamma_R \approx 0{,}279$[1)] есть часть γ, связанная с релаксацией параметра порядка, а часть

$$\gamma_N = -\frac{i}{\dot{u}} \int_0^\infty f^2 \mu(r)\, dr \approx 0{,}159 \qquad (5)$$

связана с нормальными токами в керне. Таким образом, вклады этих двух процессов в γ, а, следовательно, в эффективный коэффициент трения $\eta = 6\gamma\sigma\Phi_0 c^{-2} H_{c2}$ (размерные единицы) одного порядка величины.

3. Для сверхпроводника с малой концентрацией парамагнитных примесей уравнения выписываются в явном виде [3] лишь при выполнении двухстороннего условия $\Delta << \tau_s^{-1} << T_c$, что, очевидно, возможно лишь в очень малом температурном диапазоне вблизи T_c. Вводя μ согласно (1), где теперь

$$\psi = -\frac{\tau_1}{4ie} \int \gamma_\epsilon\, d\epsilon \qquad (6)$$

можно опять записать систему уравнений при $\lambda \neq 0$ в градиентно-инвариантном виде. Для μ получаем уравнения (2) – (3) с точностью до замены коэффициента 12 на $a \approx 5{,}86$. Соответствующие решения также показаны на рисунке. Интегрируя систему уравнений, получаем для коэффициента трения (размерные единицы):

$$\eta = \frac{a}{2} (\gamma_N + \gamma_R) \sigma \Phi_0 H_{c_2} c^{-2}, \qquad (7)$$

где $\gamma_N \approx 0{,}223$. Релаксационная часть γ_R является суммой членов: $\gamma_{R_6} \approx 0{,}279$ и аномального члена $\nu\gamma_a$, $\gamma_a \approx 0{,}566$.

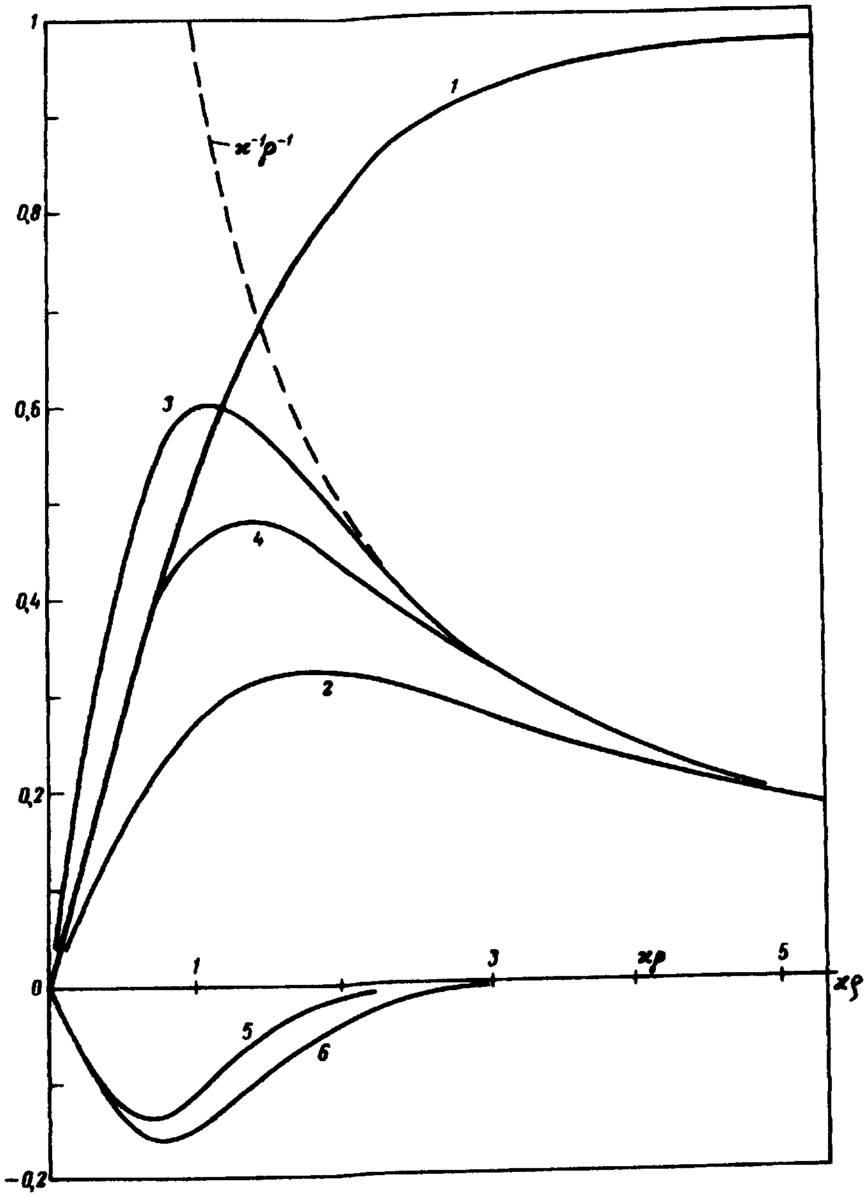
4. Наибольший интерес представляет, естественно, нахождение η для сверхпроводников без парамагнитных примесей. При $\tau_s^{-1} \to \Delta$ становится несправедливой запись члена в правой части уравнения для аномального члена U_1 ((7) в работе [3]). Поскольку при $\tau_s^{-1} << \Delta$ этот член, очевидно, не должен зависеть от τ_s по порядку величины его можно оценить, заменив τ_s^{-1} на Δ. В этом случае, проделав все упоминавшиеся в п.3 выкладки, получаем для η выражение (7), где теперь $\gamma = \gamma_0 + \beta T_c/\Delta$, $\gamma_0 = \gamma_N + \gamma_{R_0}$, $\beta > 0$. Таким образом величина

$$\eta_0 = \frac{a}{2} \gamma_0 \sigma \Phi_0 H_{c_2} c^{-2} \approx 1{,}47\, \sigma \Phi_0 H_{c_2} c^{-2} \qquad (8)$$

дает нижний предел значения коэффициента трения в сверхпроводнике с большой концентрацией немагнитных примесей.

---

1) В работе [1] приведено значение $\gamma_R \approx 0{,}247$.



Распределение по радиусу величин: *1* – модуль параметра порядка f, *2* – плотность тока $j = -f^2 Q_0$, *3*, и *4* – амплитуда потенциала $i\mu$, $\dot{u} + r^{-1}$ для $r_s^{-1} >> T_c$ и $r_s^{-1} << T_c$, *5* и *6* – амплитуда заряда $i\mu f^2/\dot{u}$ для $r_s^{-1} >> T_c$ и $r_s^{-1} << T_c$

При некотором отклонении от T_c (где еще можно ожидать применимости уравнений Гинзбурга – Ландау) второй член в γ становится практически постоянным. В этой области $\gamma \approx \mathrm{const}$ постоянна и превышение коэффициентом трения минимального значения (8) будет определяться соотношением величин γ_0 и β, последняя из которых неизвестна. Анализ известных к настоящему времени экспериментальных данных также не дает ответа на этот вопрос, так как они дают сильно различающиеся (до трех раз) значения γ при одних и тех же значениях T/T_c.

Можно лишь отметить, что такие факторы как наличие локальных возбуждений в сердцевине вихря [5] или неоднородности материала [6] приводят к размазке особенности в спектре возбуждений и тем самым к уменьшению величины аномальных членов в уравнениях, порождающих добавку к γ_0. Возможно, именно с неконтролируемостью этих и, возможно, других аналогично действующих факторов и связан уже упомянутый сильный разброс экспериментальных значений коэффициента трения.

Авторы благодарны Л.П.Горькову, В.Н.Губанкову, Н.Б.Копнину, А.И.Ларкину, Ю.Н.Овчинникову и Г.М.Элиашбергу за обсуждение работы.

Московский
государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
27 января 1972 г.

Литература

[1] Л.П.Горьков, Н.Б.Копнин. ЖЭТФ, **60**, 2331, 1971.

[2] Л.П.Горьков, Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, **54**, 612, 1968.

[3] Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, **55**, 2443, 1968.

[4] I.Bardeen, M.I.Stephen. Phys. Rev., **140**, A1197, 1965.

[5] M. Cyrot . Phys. Kond Mat., **3**, 374, 1965.

[6] А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, **61**, 2147, 1971.