Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 9, стр. 544 – 547 5 мая 1972 г.

СЕПАРАБЕЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ТРЕХЧАСТИЧНЫХ АМПЛИТУД

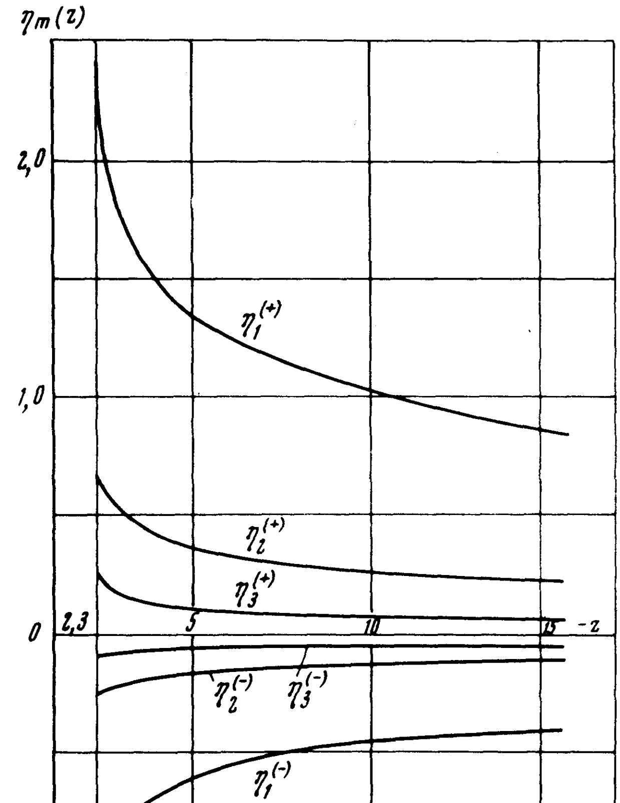
Е. С. Гальперн, В. Н. Ляховицкий, И. М. Народецкий

В настоящей статье на примере простейшего сепарабельного взаимодействия рассмотрены некоторые свойства разложения Гильберта – Шмидта (GS) [1 – 3] для амплитуд в задаче трех частиц [4]. Рассмотрение такого рода разложения представляется весьма важным как с точки зрения выяснения аналитической структуры трехчастичных амплитуд, так и в связи с возможностью использования GS-разложения для решения интегральных уравнений для четырех частиц [5, 6].

Наш результат сводится к следующему. Для тождественных частиц можно ввести две трехчастичные амплитуды $X(z)$ и $Y(z)$ [7] (z – параметр энергии), первая из которых связана с амплитудой физических процессов (упругое n-d-рассеяние, развал дейтона) в системе трех частиц. Так как уравнения для амплитуд $X(z)$ и $Y(z)$ расщепляются, то $Y(z)$ не отвечает какой-либо физической величине и в трехчастичных расчетах практически не используется. Амплитуды $X(z)$ и $Y(z)$ являются в общем случае $(N \times N)$ матрицами, где N – число членов в сепарабельном разложении двухчастичной T-матрицы. Символически уравнение для $X(z)$ можно записать в виде

$$X(z) = V(z) - V(z)\Delta(z)X(z), \qquad (1)$$

где $V(z)$ – эффективный трехчастичный потенциал, а $\Delta(z)$ – диагональная матрица, описывающая распространение свободной частицы и пары взаимодействующих частиц. Уравнение для $Y(z)$ отличается от (1) заменой $V \Rightarrow V/2$ и изменением знака перед вторым членом. Из (1) следует, что GS-разложение амплитуды $X(z)$ формально совпадает с GS-разложением двухчастичной амплитуды. Каждый член этого разложения содержит множитель $[1 - \eta_m(z)]^{-1}$, где $\eta_m(z)$ – собственные значения (EV) ядра $V(z)\Delta(z)$ уравнения (1). Этот множитель определяет положение полюсов z_m амплитуды $X(z)$: $\eta_m(z_m) = 1$. Отрицательные вещественные полюса, лежащие в области ниже двухчастичного порога, отвечают связанным состояниям системы трех частиц. GS-разложение для амплитуды $Y(z)$ отличается заменой $[1 - \eta_m(z)]^{-1} \to [2 + \eta_m(z)]^{-1}$; в результате $Y(z)$ имеют полюсы $\bar{z}_m$, положение которых задано уравнением $\eta_m(\bar{z}_m) = -2$. Что же касается амплитуд $W_{\alpha\beta}(z)$, определяющих ядра интегральных уравнений для четырех частиц, то они представляют линейные комбинации амплитуд $X(z)$ и $Y(z)$ и содержат все особенности этих амплитуд, в частности, амплитуды $W_{\alpha\beta}(z)$ могут иметь полюсы на отрицательной вещественной оси, не отвечающие реальным связанным состояниям. Отсюда, в свою очередь следует, что ядра интегральных уравнений для четырех частиц содержат только симметризованную комбинацию трехчастичных амплитуд, поскольку амплитуда $Y(z)$ приводит в задаче четырех частиц к нефизическим разрезам, не связанным с реальными порогами. Во избежание недоразумений, подчеркнем, что вышесказанное относится лишь к системе тождественных частиц.



При вычислении мы использовали простейшую сепарабельную модель Ямагучи [8] с параметрами

$$\beta_t = 1{,}450\ ф^{-1},\ \beta_s = 1{,}165\ ф^{-1},\ \lambda_t = 0{,}4156\ ф^{-3},\ \lambda_s = 0{,}149 ф^{-3},$$

$$a = \sqrt{m\epsilon_d} = 0{,}232\ ф^{-1},\ 1/m = 41{,}47\ Мэв \cdot ф^2. \qquad (2)$$

Мы обнаружили, что в области энергий ниже двухчастичного порога имеются две серии EV, одна из которых содержит положительные EV $\eta_m^{(+)}(z)$, а другая – отрицательные EV $\eta_m^{(-)}(z)$. Наиболее отчетливо отрицательные проявляются для дублетного состояния трехчастичной системы (см. рисунок). Этот результат указывает на то, что эффективный трехчастичный потенциал для сепарабельного взаимодействия Ямагучи не является положительно определенным оператором, т. е. содержит как притяжение, так и отталкивание, несмотря на то, что в системе двух частиц сепарабельный потенциал содержит только притяжение.

В задаче двух частиц хорошая сходимость GS-разложения обусловлена тем, что первое EV оказывается больше по абсолютной величине, чем остальные [1]. Быстрота убывания в трехчастичной задаче примерно такая же, как в задаче двух частиц. Однако, в случае состояния с квантовыми числами $S = T = 1/2$ возникает специфическая ситуация для значений z, лежащих вблизи двухчастичного порога и обусловленная близостью к нулю дублетной длины рассеяния [9][2]. На языке GS-разложения близость к нулю величины ${}^2a$ означает, во-первых, что на пороге $\eta_1 > 1$, $\eta_2 < 1$, поэтому первый член GS-разложения вносит положительный вклад в длину рассеяния, а второй – отрицательный. Аналогичная ситуация имеет место и для триплетного NN-рассеяния, однако в этом случае дейтонный полюс находится близко от разреза и вклад первого члена в длину рассеяния оказывается доминирующим. Для дуплетного состояния трехчастичной системы полюс находится достаточно далеко от разреза, поэтому вклад первых двух членов в GS-разложении сравним по величине и противоположен по знаку; в результате их суммарный вклад в длину рассеяния близок к нулю. В частности, в рассмотренной потенциальной модели $\eta_1 = 2{,}44$, $\eta_2 = 0{,}68$, и вклад первых двух членов в длину рассеяния равен $5{,}00 - 5{,}36 = -0{,}36$ ф. В этой ситуации основной вклад в длину рассеяния вносят EV, отвечающие далеким полюсам (их суммарный вклад < 1 ф); в результате сходимость GS-разложения сильно ухудшается. Подчеркнем, что описанный эффект сокращения не зависит от выбора конкретной потенциальной модели.

В таблице приведены несколько первых членов GS-разложения длины n-d-рассеяния для бесспинового случая (с триплетным NN-потенциалом), а также для дублетного и квартетного состояний. Вклад первых m-членов в GS-разложении обозначен через a_m. Для дублетного

---

[1] Из GS-разложения следует, что вблизи полюса амплитуды доминирует лишь один член. Однако легко убедиться в том, что для неглубоких потенциалов, для которых все EV малы, GS-разложение по-прежнему хорошо сходится, при этом первый GS-полюс вносит главный вклад в каждый член ряда теорий возмущений.

[2] Этот эффект аналогичен известному эффекту Рамзауэра – Таундсена

состояния отдельно приведены вклады положительных и отрицательных EV. Все величины в таблице даны в единицах ферми.

Сходимость GS-разложения для длин рассеяния

m	1	2	3	4	5	6
$a_m^{*)}$	6,80	23,55	21,38	20,84	20,64	20,56
${}^2a_m^{(+)}$	5,00	– 0,36	–1,07	– 1,30	– 1,39	–
${}^2a_m^{(-)}$	0,33	0,44	0,49	–	–	–
${}^4a_m^{*)}$	4,01	5,38	5,88	6,09	6,18	6,22

*) В работе [8] приведены значения $a = 20{,}40\ ф$, ${}^4a = 6{,}28\ ф$, полученные из решения неоднородного интегрального уравнения.

С учетом вычисленных членов ${}^2a \approx -1{,}39 + 0{,}49 = -0{,}9\ ф$. Это значение несколько отличается от значения ${}^2a$, имеющегося в литературе [10]: ${}^2a = -1{,}00\ ф$. Различие, по-видимому, может быть объяснено заметной чувствительностью ${}^2a$ к выбору констант λ_+ и a. Мы показали, например, что изменение λ_+ на величину $\sim \pm 10^{-3}$ приводит к изменению ${}^2a$ на $\sim \mp 0{,}05\ ф$. Кроме того, отброшенные члены дают дополнительный отрицательный вклад. Более детальное рассмотрение свойств GS-разложения, включающее локальные потенциалы, а также конкретные расчеты в системе четырех частиц, будет дано в следующей работе.

Авторы благодарны Ю.А.Симонову за полезные обсуждения.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
10 марта 1972 г.

Литература

[1] S.Weinberg. Phys. Rev., 131, 440, 1963.
[2] И.М.Народецкий. ЯФ, 9, 1086, 1969.
[3] А.Г.Ситенко, В.Ф.Харченко. УФН, 103, 469, 1971.
[4] Л.Д.Фадеев. ЖЭТФ, 39, 1459, 1960.
[5] О.А.Якубовский. ЯФ, 5, 1312, 1967.
[6] И.М.Народецкий, О.А.Якубовский. ЯФ, 14, 315, 1971.
[7] C.Lovelace. Phys. Rev. 135, B1225, 1964.
[8] A.G.Sitenko, V.F.Kharchenko. Nucl. Phys., 49, 15, 1963.
[9] W.Dilg, L.Koester, W.Nistler. Phys. Lett., 36B, 208, 1971.
[10] R.Aaron, R.D.Amado, Y.Y.Yam. Phys. Rev. Lett., 13, 574, 701, 1964; A.G.Sitenko, V.F.Kharchenko, N.M.Petrov. Phys. Lett., 21, 54, 1966.