Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 9, стр. 548 – 552 5 мая 1972 г.

CPT-ИНВАРИАНТНОСТЬ CP-НЕИНВАРИАНТНОЙ ТЕОРИИ K° $\bar{K}^{\circ}$-МЕЗОНОВ И ДОПУСТИМЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС K_S- И K_L-МЕЗОНОВ

Л. А. Халфин

1. Обычная феноменологическая теория K°- $\bar{K}^{\circ}$-мезонов (см., например, [1, 2]), используемая при обсуждении проблемы CP-инвариантности, основана на самых общих принципах квантовой теории (таких как принцип суперпозиции, сохранение вероятности – унитарность) и на существенном дополнительном предположении об экспоненциальности законов распада K_s- и K_L-мезонов. Это предположение, эквивалентное хорошо известному приближению Вайскопфа – Вигнера (W – W) [3], утверждает однополюсный характер распределений масс K_S- и K_L-мезонов. Уже ранее [4] обращалось внимание на большую чувствительность результатов феноменологической теории (например, соотношения унитарности, тестов CPT, T-инвариантности) к справедливости этого предположения. Ниже будет показано, что требование CPT-инвариантности в рамках CP-неинвариантной теории запрещает однополюсный характер распределений масс K_S-и K_L-мезонов. В рамках же CP-инвариантной теории однополюсной характер распределений масс K_1°- и K_2°-мезонов допустим.

2. Предположим, что теория CPT-инвариантна, но CP-неинвариантна, т. е.

$$[CPT, H] = 0, \quad [CP, H] \neq 0, \tag{1}$$

где H – полный оператор энергии[1]:

$$H \equiv H_{St} + H_{\gamma} + H_{Wk} = H_{\circ} + H_{Wk}\,. \tag{2}$$

Пусть $|K^{\circ}>$, $|\bar{K}^{\circ}>$ – нормированные собственные вектора оператора странности S, оператора $H_{\circ}$ [1]:

$$S|K^{\circ}> = 1|K^{\circ}>, \quad S|\bar{K}^{\circ}> = -1|\bar{K}^{\circ}>, \quad H_{\circ}|K^{\circ}> = m_{K^{\circ}}|K^{\circ}>,$$

$$H_{\circ}|\bar{K}^{\circ}> = m_{\bar{K}^{\circ}}|\bar{K}^{\circ}>, \quad [S, H_{\circ}] = 0, \quad <K^{\circ}|K^{\circ}> = 1 = <\bar{K}^{\circ}|\bar{K}^{\circ}>,$$

$$<\bar{K}^{\circ}|K^{\circ}> = 0. \tag{3}$$

В силу предполагаемой CPT-инвариантности ($[CPT, H_{\circ}] = 0$) $m_{K^{\circ}} = m_{\bar{K}^{\circ}}$. В этих предположениях [1] $|\bar{K}^{\circ}> = CPT|K^{\circ}>$. Пусть $\{|\phi(m)>\}$ – полная система ортонормированных собственных векторов оператора H:

$$H|\phi(m)> = m|\phi(m)>, \quad <\phi(m)|\phi(m')> = \delta(m - m'). \tag{4}$$

[1] Обозначения из [1].

Разложим вектора $|K^\circ>$, $|\bar{K}^\circ>$ по этой полной системе:

$$|K^\circ> = \int c_{K^\circ}(m)\,|\phi(m)>\,dm, \qquad |\bar{K}^\circ> = \int c_{\bar{K}^\circ}(m)\,|\phi(m)>\,dm. \tag{5}$$

Поскольку $|\bar{K}^\circ> = CPT|K^\circ>$, то из [5] на основании предполагаемой CPT-инвариантности [1] следует:

$$\omega_{K^\circ}(m) \equiv |c_{K^\circ}(m)|^2 = |c_{\bar{K}^\circ}(m)|^2 \equiv \omega_{\bar{K}^\circ}(m) \tag{6}$$

т. е. распределения масс (в смысле [5]) K°- и $\bar{K}^\circ$-мезонов тождественно совпадают.

3. Определим вектора K_s- и K_L-мезонов [1, 2]:

$$\begin{cases} |K_S> \equiv p|K^\circ> + q|\bar{K}^\circ>, \quad |K_L> \equiv p|K^\circ> - q|\bar{K}^\circ>, \quad |p|^2+|q|^2=1 \\ <K_S|K_S> = 1, \quad <K_L|K_L> = 1, \quad <K_S|K_L> = <K_L|K_S> = |p|^2-|q|^2 \end{cases} \tag{7}$$

Из этого определения и [5] получаем:

$$\begin{cases} c_S(m) = <\phi(m)|K_S> = p\,c_{K^\circ}(m) + q\,c_{\bar{K}^\circ}(m) \\ c_L(m) = <\phi(m)|K_L> = p\,c_{K^\circ}(m) - q\,c_{\bar{K}^\circ}(m) \end{cases}, \tag{8}$$

так что $\omega_s(m) = |c_S(m)|^2$, $\omega_L(m) = |c_L(m)|^2$ – распределения масс K_S- и K_L-мезонов на основании теоремы Фока – Крылова [5] определяющие амплитуды распада:

$$\begin{cases} <K_S|K_S(t)> = <K_S|\exp[-iHt]K_S> = p_S(t) = \int \exp[-imt]\,\omega_S(m)\,dm \\ <K_L|K_L(t)> = <K_L|\exp[-iHt]|K_L> = p_L(t) = \int \exp[-imt]\,\omega_L(m)\,dm \end{cases} \tag{9}$$

Из [8] получаем:

$$c_{K^\circ}(m) = (2p)^{-1}[c_S(m) + c_L(m)], \quad c_{\bar{K}^\circ}(m) = (2q)^{-1}[c_S(m) - c_L(m)]. \tag{10}$$

Подставляя в [6] получаем следствие CPT-инвариантности в рамках CP-неинвариантной теории:

$$<K_S|K_L>\,[\,|c_S(m)|^2 + |c_L(m)|^2] = [c_S^*(m)c_L(m) + c_S(m)c_L^*(m)], \tag{11}$$

связывающее между собой распределения масс K_S- и K_L-мезонов. Распределения масс $|c_S(m)|^2$, $|c_L(m)|^2$, удовлетворяющие [11], будем называть допустимыми.

Заметим, что условие CPT-инвариантности в рамках CP-инвариантной теории автоматически выполнено и не накладывает ограничений на допустимые распределения масс K_1^0- и K_2^0-мезонов. Действительно, в этом случае $[CP, H] = 0$ и, следовательно,

$$\begin{cases} H \mid \phi^{(1)}(m) > = m \mid \phi^{(1)}(m) > , \quad H \mid \phi^{(2)}(m) > = m \mid \phi^{(2)}(m) > \\ CP \mid \phi^{(1)}(m) > = \mid \phi^{(1)}(m) > , \quad CP \mid \phi^{(2)}(m) > = - \mid \phi^{(2)}(m) > , \\ < \phi^{(1)}(m) \mid \phi^{(2)}(m) > = 0 \end{cases} \tag{12}$$

и

$$\begin{cases} \mid K^0 > = \int c_{K^0}^{(1)}(m) \mid \phi^{(1)}(m) > dm + \int c_{K^0}^{(2)}(m) \mid \phi^{(2)}(m) > dm \\ \mid \bar{K}^0 > = \int c_{\bar{K}^0}^{(1)}(m) \mid \phi^{(1)}(m) > dm + \int c_{\bar{K}^0}^{(2)}(m) \mid \phi^{(2)}(m) > dm \end{cases} . \tag{13}$$

В силу же CPT-инвариантности, как и в [6], получаем

$$| c_{K^0}^{(1)}(m) |^2 = | c_{\bar{K}^0}^{(1)}(m) |^2 , \quad | c_{\bar{K}^0}^{(2)}(m) |^2 = | c_{\bar{K}^0}^{(2)}(m) |^2 . \tag{14}$$

Поскольку собственные вектора $| K_1^0 >$, $| K_2^0$ оператора CP определены как

$$\begin{cases} | K_1^0 > = (1/\sqrt{2})(| K^0 > + | \bar{K}^0 >), \ | K_2^0 > = (1/\sqrt{2})(| K^0 > - | \bar{K}^0 >), \ < K_1^0 | K_2^0 > = 0 \\ | K_1^0 > = \int c_1^{(1)}(m) | \phi^{(1)}(m) > dm , \quad | K_2^0 > = \int c_2^{(2)}(m) | \phi^{(2)}(m) > dm \end{cases} , \tag{15}$$

то с учетом (13) имеем:

$$\begin{cases} c_{K^0}^{(1)}(m) = (1/\sqrt{2}) c_1^{(1)}(m) , \quad c_{K^0}^{(2)}(m) = (1/\sqrt{2}) c_2^{(2)}(m) \\ c_{\bar{K}^0}^{(1)}(m) = (1/\sqrt{2}) c_1^{(1)}(m), \quad c_{\bar{K}^0}^{(2)}(m) = (- 1/\sqrt{2}) c_2^{(2)}(m) \end{cases} \tag{16}$$

и условия CPT-инвариантности (14) удовлетворены при произвольных распределениях масс $\omega_1(m) = | c_1^{(1)}(m) |^2$, $\omega_2(m) = | c_2^{(2)}(m) |^2$ K_1^0- и K_2^0-мезонов. В частности допустимы как однополюсные распределения масс K_1^0- и K_2^0-мезонов (приближение W – W), так и двухполюсные (модель индуцированных полюсов [6]).

4. Сформулируем теперь основное утверждение работы. В рамках CPT-инвариантной, но CP-неинвариантной теории однополюсные распределения масс K_S- и K_L-мезонов недопустимы. Точнее, если

$$c_S(m) = \phi_S(m)/m - m_S + i\Gamma_S , \quad c_L(m) = \phi_L(m)/m - m_L + i\Gamma_L \tag{17}$$

$$m_S \neq m_L, \quad \Gamma_S \neq \Gamma_L, \quad \phi_S(m_S - i\Gamma_S) \neq 0, \quad \phi_L(m_L - i\Gamma_L) \neq 0, \tag{18}$$

то аналитические функции "приготовления" $\phi_S(m)$, $\phi_L(m)$, не имеющие комплексных особенностей, недопустимы.

Докажем это утверждение от противного. Условия CPT-инвариантности (11) на основании (17) переходит в

$$|\phi_L(m)|^2 - |\phi_L(m)|\,|\phi_S(m)| < K_S|K_L>^{-1}\Bigg\{\exp[i\arg\phi_S(m) - i\arg\phi_L(m)]\times$$

$$\times\frac{m - m_L + i\Gamma_L}{m - m_S + i\Gamma_S} + \exp[-i\arg\phi_S(m) + i\arg\phi_L(m)]\frac{m - m_L - i\Gamma_L}{m - m_S - i\Gamma_S}\Bigg\} +$$

$$+|\phi_S(m)|^2\frac{(m - m_L)^2 + \Gamma_L^2}{(m - m_S)^2 + \Gamma_S^2} = 0. \tag{19}$$

Учитывая (18), нетрудно получить из (11):

$$-< K_S|K_L> |\phi_S(m_S - i\Gamma_S)|^2/2i\Gamma_S = |\phi_S(m_S - i\Gamma_S)|\,|\phi_L(m_S - i\Gamma_S)\times$$

$$\times(m_S - m_L - i\Gamma_S + i\Gamma_L)\exp[i\arg\phi_S(m_S - i\Gamma_S) - i\arg\phi_L(m_S - i\Gamma_S)]. \tag{20}$$

Решим (19) относительно $|\phi_L(m)|$:

$$|\phi_L(m)| = \frac{1}{2} < K_S|K_L>^{-1}|\phi_S(m)|\Big\{\exp[i\arg\phi_S(m) - i\arg\phi_L(m)]\times$$

$$\times\frac{m - m_L + i\Gamma_L}{m - m_S + i\Gamma_S} + \exp[-i\arg\phi_S(m) + i\arg\phi_L(m)]\frac{m - m_L - i\Gamma_L}{m - m_S - i\Gamma_S}\Big\} \pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{1}{4} < K_S|K_L>^{-2}|\phi_S(m)|^2\{\ldots\}^2 - |\phi_S(m)|^2\frac{(m - m_L)^2 + \Gamma_L^2}{(m - m_S)^2 + \Gamma_S^2}} \tag{21}$$

Откуда учитывая (20) приходим к тому, что $\phi_L(m)$ имеет особенность при $m = m_S - i\Gamma_S$. Полученное противоречие завершает доказательство.

5. Недопустимость однополюсных распределений масс K_S-и K_L-мезонов означает несправедливость приближения Вайскопфа – Вигнера в рамках CPT-инвариантной, но CP-неинвариантной теории. Это ограничение справедливости метода Вайскопфа – Вигнера не совпадает с известным ограничением этого метода, связанным с неэкспоненциальностью законов распада [7, 8], обусловленной пороговым пове-

дением $\omega_S(m)$, $\omega_L(m)$, в силу их полуфинитности (принцип спектральности). Легко заметить, что условие полуфинитности $\omega_S(m)$, $\omega_L(m)$ удовлетворяет условию CPT-инвариантности (11).

Недопустимость однополюсных распределений масс K_S-и K_L-мезонов существенно меняет ситуацию при обсуждении проблемы CP-инвариантности [1, 2], и, в частности, парадокса с $K_L \to 2\mu$ распадом (см., например, [9]). Наиболее критичным тестом всей проблемы было бы исследование реакции

$$e^- + e^+ \to \phi \to K_S + K_L \tag{22}$$

отмеченное автором ранее [10]. В частности, неоднополюсный характер распределений масс K_S-, K_L-мезонов привел бы к наличию в (22) интерференции в канале распада на 2π, которая строго равна нулю в обычной феноменологической теории с нарушением CP-инвариантности и однополюсными распределениями масс K_S- и K_L-мезонов.

Подробное исследование проблемы CP-инвариантности в связи с полученным результатом о недопустимости однополюсных распределений масс K_S- и K_L-мезонов предполагается изложить в последующих публикациях.

Поступила в редакцию
15 марта 1972 г.

Литература

[1] Ц.Ли, Ц.Ву. Слабые взаимодействия, М., Изд. Мир, 1968.

[2] Л.Б.Окунь. УФН, 89, 603, 1966.

[3] V.F.Weiskopf, E.P.Wigner. Zs. Physik, 63, 54; 65, 18, 1930.

[4] Л.А.Халфин. УФН, 95, 437, 499, 1968; Письма в ЖЭТФ, 8, 106, 1968; "Феноменологическая теория K^0 – $\bar{K}^0$-мезонов и неэкспоненциальность закона распада", доклад, представленный на XIV Междунар. конф. по физике высоких энергий, Вена, 1968.

[5] Н.С.Крылов, В.А.Фок. ЖЭТФ, 17, 93, 1947.

[6] Л.А.Халфин. Письма в ЖЭТФ, 3, 129, 1966; "Динамический фильтр масс и проблема $K_L \to 2\pi$-распада", доклад на сессии ОЯФ АН СССР, 1967.

[7] Л.А.Халфин. ДАН СССР, 115, 277, 1957; ЖЭТФ, 33, 1371, 1958; "Квантовая теория распада физических систем", диссертация ФИАН, 1960.

[8] G.Höhler. Zs. Physik, 152, 546, 1958.

[9] R.I.Oakes. Preprint DESY, 17/53, 1971.

[10] Л.А.Халфин. "Неэкспоненциальность закона распада, фильтр масс и проблема CP-инвариантности", доклад на сессии ОЯФ АН СССР, 1968.