Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 10, стр. 625 – 629 *20 мая 1972 г.*

СПЕКТР ФЛУКТУАЦИЙ В ТОЧЕЧНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОНТАКТАХ

К.К. Лихарев, В.К. Семенов

1. Вопрос о флуктуациях в точечных сверхпроводящих контактах, в которых происходит эффект Джозефсона, представляет большой интерес, поскольку в большинстве приложений предельные характеристики определяются именно флуктуациями. При этом существенным оказывается нахождение спектра флуктуаций, в частности, значений спектральной плотности на низких частотах и формы линии джозефсоновской генерации, тем более что именно эти величины проще всего измерить экспериментально [1].

Особенностью точечных контактов (а также любых S-c-S джозефсоновских структур) является относительная малость собственной емкости. Это обстоятельство не позволяет [1)] непосредственно применять к ним известную теорию флуктуаций в туннельных контактах [2], ис-

[1)] Если контакт не включен в специальную низкоомную электродинамическую систему.

пользующую предположение о малых изменениях напряжения на контакте в отсутствие флуктуаций. Для автономного контакта можно, напротив, считать заданным и постоянным полный ток I.

Целью настоящей работы является нахождение спектральной плотности флуктуаций напряжения $V(t)$ на точечном контакте (или мостике малых размеров), для которого справедлива модель, развитая Асламазовым и Ларкиным (АЛ) [3].

2. Если все размеры сверхпроводящих электронов, образующих контакт, велики по сравнению с длиной когерентности, собственные флуктуации значений параметра порядка в электродах при $T < T_c$ исключительно малы. Поэтому источником флуктуаций является шум нормального сопротивления контакта R [2, 4]. Уравнение Ланжевена для разности фаз на контакте ϕ запишется следующим образом [2 – 4]:

$$\dot{\phi} + \sin\phi = i + \tilde{i}, \quad \overline{\tilde{i}} = 0, \tag{1}$$

где i и $\tilde{i}$ – токи смещения и флуктуаций, нормированные на критический ток I_0, а дифференцирование проводится по времени $\tau = \omega_0 t$, где $\omega_0 = (2e/\hbar)I_0 R$ – характерная частота контакта.

3. Нахождение спектральной плотности напряжения $S_v(\omega)$ для уравнения (1) является в общем случае более сложным, чем нахождение средних значений [4], даже если $\tilde{i}$ есть белый шум. Однако, если величина $\tilde{i}$ достаточно мала, можно применить к уравнению (1) обычную корреляционную теорию. В первом приближении по $\tilde{i}$ имеем:

$$\dot{\tilde{\phi}} + \tilde{\phi}\cos\phi^{(0)} = \tilde{i}, \tag{2}$$

где $\tilde{\phi} = \phi - \phi^{(0)}$, $\phi^{(0)}$ – решение уравнения (1) при $\tilde{i} = 0$ [3]. При $|i| < 1$ (стационарный эффект Джозефсона) $\cos\phi^{(0)} = (1 - i^2)^{1/2}$, и переходя к Фурье изображениям i_Ω и v_Ω тока $\tilde{i}$ и напряжения $\tilde{v} = \dot{\tilde{\phi}} = V/I_0 R$ ($\Omega = \omega/\omega_0$), получаем сразу

$$v_\Omega = i_\Omega[1 - j(1 - i^2)^{1/2}/\Omega]^{-1}, \tag{3}$$

откуда

$$S_v(\Omega) = [1 + (1 - i^2)/\Omega^2]^{-2} S_i(\Omega). \tag{4}$$

При нашей нормировке для нормального сопротивления R ($I_0 = 0$) было бы $S_v(\Omega) \equiv S_i(\Omega)$. Поэтому формула (4) описывает подавление шума в контакте при переходе в сверхпроводящее состояние, $S_v(0) = 0$. Это подавление не сказывается при частотах $\omega >> \omega_0$.

При $i > 1$ (процесс джозефсоновской генерации) разрешая уравнение (2) относительно $\tilde{v}$, получаем

$$\tilde{v} = \tilde{i} + \ddot{\phi}^{(0)} \int (\tilde{i}/\dot{\phi}^{(0)})\, d\tau. \tag{5}$$

Переходя к фурье-изображениям, нетрудно получить

$$v_\Omega = \sum_k z_k i_{\Omega - kv}, \tag{6}$$

где z_k – коэффициенты преобразования частоты флуктуаций из-за их смещения с джозефсоновскими колебаниями (нормированная частота $\nu = \bar{V}/I_0 R = (i^2 - 1)^{1/2}$

$$|z_k| = \left|\delta_{k,0} + ik\frac{(i-\nu)^{|k|}}{\Omega - k\nu} - \frac{1}{2}\left\{\frac{(k-1)(i-\nu)^{|k-1|}}{\Omega - (k-1)\nu} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(k+1)(i-\nu)^{|k+1|}}{\Omega - (k+1)\nu}\right\}\right| . \qquad (7)$$

Из (6) получаем для спектральной плотности напряжения

$$S_v(\Omega) = \sum_k |z_k|^2 S_i(\Omega - k\nu). \qquad (8)$$

4. Из (7) и (8) имеем для низких частот $\Omega \ll \nu$

$$S_v(0) = [i^2 S_i(0) + (1/2) S_i(\nu)]\nu^{-2}. \qquad (9)$$

Для частот вблизи $n\nu$ ($|\Omega - n\nu| \ll \nu$)

$$S_v(\Omega) = n^2(i-\nu)^{2n}[i^2 S_i(0) + (1/2)S_i(\nu)](\Omega - n\nu)^{-2}. \qquad (10)$$

Это выражение дает форму нижней части лоренцовой линии n-й гармоники джозефсоновской генерации. Из него можно найти ширину $2\Gamma_n$ этой линии при условии, что $\Gamma_n/\omega_0 \ll \nu$ [1]. Для этого записывая общую формулу для лоренцовой линии

$$S_v(\Omega) = (2\pi)^{-1} P_n (\Gamma_n/\omega_0)[(\Omega - n\nu)^2 + (\Gamma_n/\omega_0)^2]^{-1}, \qquad (11)$$

приравниваем полную "мощность излучения" на n-й гармонике

$$P_n = 2\int_{n\nu-\epsilon}^{n\nu+\epsilon} S_v(\Omega)\,d\Omega, \qquad \Gamma_n/\omega_0 \ll \epsilon \ll \nu, \qquad (12)$$

ее значению в отсутствие флуктуаций [3]: $P_n = 2\nu^2(i-\nu)^{2n}$. Тогда, сравнивая формулы (10) и (11) при $|\Omega - n\nu| \gg \Gamma_n$, получаем:

$$\Gamma_n = n^2\pi\omega_0[i^2 S_i(0) + (1/2) S_i(\nu)]\nu^{-2} = n^2\Gamma_1. \qquad (13)$$

Поскольку в первом приближении по $\tilde{i}$ флуктуации не изменяют значения ν, дифференциальное сопротивление контакта по постоянному току $R_d \equiv d\bar{V}/dI = Ri/\nu$. Можно поэтому записать

$$\Gamma_1/\pi\omega_0 = S_v(0) = [R_d^2/R^2]S_i(0) + (1/2\nu^2)S_i(\nu). \qquad (14)$$

---

[1] Это условие и определяет предельную интенсивность флуктуаций, при которой выводы настоящей работы применимы к области $\Omega \approx n\nu$.

5. В случае малых частот и напряжений ($\hbar\omega$, $eV \ll T$) шум сопротивления R можю считать тепловым

$$S_I(\omega) \equiv \omega_0 R^{-2}(2e/\hbar)^{-2} S_I(\Omega) = (\pi R)^{-1} T. \qquad (15)$$

При $\nu \gg 1$ формулы (14 – 15) дают обычное выражение [2]

$$\Gamma_1 = (2e/\hbar)^2 RT, \qquad (16)$$

но для малых частот генерации ($\nu \to 0$) флуктуации напряжения и ширина линий генерации резко увеличиваются [1].

$$\Gamma_1 = \pi\omega_0 S_\nu(0) = (3/2)(2e/\hbar)^2 (R_d^2/R) T. \qquad (17)$$

6. Если, как и предполагалось в модели АЛ [3], длина свободного пробега электронов ℓ в области контакта много меньше его характерного размера a, то спектральная плотность тока дается обычной равновесной формулой

$$S_I(\omega) = (\pi R)^{-1} (\hbar\omega/2) \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) \qquad (18)$$

даже при $eV > T$. Действительно, дробовой шум [2] начнет давать заметный вклад лишь когда энергия $eE\ell$, связанная с одиночным актом рассеяния, будет сравнима с температурой T ($E \approx V/a$). Поэтому формулу (18) можно использовать для всех значений $eV \lessapprox T(a/\ell) \gg T$. Из (14) и (18) видно, что для больших частот ($\nu \gg 1$) ширина линии будет определяться выражением (16) даже в "квантовом" случае $eV > T$.

7. Сравнение результатов настоящей работы с известными нам экспериментальными данными [1] не позволяет сделать окончательного вывода об их соотношении. Желательно было бы провести аналогичные эксперименты в условиях, когда величины $I_c R$ и T/e имеют достаточно разнесенные значения (в большинстве экспериментов [1] $I_c R \approx T/e$), а контакты не шунтируются источником смещения и измерительной системой.

Авторы благодарны А.Ф.Волкову, А.И.Ларкину, В.В.Мигулину и Ф.Я. Надю за обсуждение работы.

Московский
государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
11 апреля 1972 г.

[1] В туннельных контактах при учете самодетектирования также Γ_1, $S(0) \sim R_d^2$ [2], однако зависимость от тока существенно другая.

Литература

[1] H.Kanter, F.L.Vernon. Appl. Phys. Lett., **16**, 115; Phys. Rev. Lett., **25**, 588, 1970; R.K.Kirchman, J.E.Mercereau. Phys. Lett., **35A**, 177, 1971; G.Vernet, R.Adde. Appl. Phys. Lett., **19**, 195, 1971.

[2] А.И.Ларкин, Ю.И.Овчинников. ЖЭТФ, **53**, 2160, 1967; M.J.Stephen. Phys. Rev., **182**, 531, 1969.

[3] А.Г.Асламазов, А.И.Ларкин. Письма в ЖЭТФ, **9**, 150, 1969.

[4] Ю.М.Иванченко, Л.А.Зильберман. Письма в ЖЭТФ, **8**, 189, 1968; V.Ambegaokar, B.I.Halperin. Phys. Rev. Lett., **22**, 1364, 1969.