Письма в ЖЭТФ, том 15, вып. 11, стр. 677 – 680 5 июня 1972 г.

ОПИСАНИЕ ВРЕМЕННО́Й ЭВОЛЮЦИИ СИСТЕМЫ $K^\circ\bar{K}^\circ$ НА ОСНОВЕ РЕЛАКСАЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

М. С. Маринов

Эволюция во времени пучка нейтральных K-мезонов обычно описывается [1] уравнением Шредингера для двухкомпонентной волновой функции ψ_a ($\psi_a^* \psi_a = N$ – полное число частиц):

$$i \frac{d\psi}{dt} = H\psi \equiv (M - i\Gamma/2)\,\psi. \tag{1}$$

Здесь $H_a^{a'}$ – матрица второго порядка, которую можно разложить по матрицам Паули

$$H = h_0 + h_\ell \sigma_\ell, \quad \ell = 1, 2, 3, \tag{2}$$

h_λ – комплексные числа. Выберем представление, в котором $Y = \sigma_3$ (гиперзаряд). $CP = \sigma_1$ (комбинированная инверсия). Если сохраняется CP-четность, $h_2 = h_3 = 0$, при CPT-симметрии $h_3 = 0$. Все наблюдаемые величины выражаются через матрицу плотности

$$\rho_a^{a'} = \psi_a \otimes \psi_{a'}^*, \quad \mathrm{Sp}\,\rho = N, \tag{3}$$

которую можно представить в виде

$$\rho = \frac{1}{2} N(1 + b_\ell \sigma_\ell). \tag{4}$$

Для чистых состояний (3) $\Sigma b_\ell^2 = 1$. В силу уравнения (1) матрица плотности удовлетворяет уравнению

$$i \frac{d\rho}{dt} = H\rho - \rho H^+, \tag{5}$$

решение которого имеет вид $\rho(t) = \exp(-iHt)\,\rho(0)\exp(iH^+t)$.

Предположим, что слабые взаимодействия приводят к уравнению, более общему, чем (5):

$$i \frac{d\rho}{dt} = \mathcal{H}\rho, \tag{6}$$

где $\mathcal{H}$ – линейный оператор, действующий в пространстве матриц ρ ($\mathcal{H}$ – матрица с двумя парами индексов, тетрадик). Уравнение (6) – линейно по ρ и потому не противоречит принципу суперпозиции. Решение уравнения (6) можно записать в матричной форме

$$\rho(t) = W(t)\,\rho(0), \tag{7}$$

причем W не является прямым произведением двух матриц. Применение к матрице ρ уравнения (6) вместо (5) приводит к тому, что чистое состояние может со временем стать смешанным. Формально это выражается в том, что величина Σb_ℓ^2 не сохраняется. Естественно, оператор $\mathcal{H}$ должен быть таким, чтобы не нарушались основные свойства ρ, как матрицы плотности:

A. Эрмитовость, $\rho^+ = \rho$.

B. Неотрицательность, $\mathrm{Sp}\rho > 0$, $\det\rho \geqslant 0$,

C. "Унитарность", $dN/dt \leqslant 0$.

Так как мы имеем дело с распадами, достаточно рассматривать времена $t > 0$. Условия $A - C$ тождественно выполняются для уравнения (5) (условие C, если $\Gamma = (1/i)(H^+ - H)$ – положительная матрица).

Для анализа уравнения (6) удобно наряду с матрицей ρ рассматривать вещественный 4-вектор ρ_λ с компонентами

$$\rho_o = \frac{1}{2}N, \quad \rho_\ell = \frac{1}{2}Nb_\ell, \tag{8}$$

Для чистых состояний $\rho_o^2 - \rho_\ell^2 = 0$, т. е. вектор ρ_λ лежит на верхнем "световом конусе". Смешанные состояния соответствуют "времениподобным" векторам, лежащим внутри конуса: $\rho_o^2 - \rho_\ell^2 > 0$. Эволюция системы во времени описывается вещественными линейными преобразованиями, при которых вектор ρ_λ не выходит за пределы конуса, а компонента ρ_o убывает (для нестабильной системы). Формулы (6) и (7) принимают вид

$$\frac{d\rho_\lambda}{dt} = -G_{\lambda\mu}\rho_\mu, \quad \rho_\lambda(t) = W_{\lambda\mu}(t)\rho_\mu(0), \quad W = \exp(-Gt). \tag{9}$$

Обозначим

$$G_{\lambda\mu} = g\delta_{\lambda\mu} - \tilde{G}_{\lambda\mu}; \quad g = \frac{1}{4}(G_{oo} + G_{\ell\ell}). \tag{10}$$

Из условий B и C следуют ограничения на величины $G_{\lambda\mu}$. Из условия C следует, что $G_{o\mu}$ – времениподобный вектор. Что касается неотрицательности, то необходимые условия имеют довольно сложный вид. Однако достаточные условия сформулировать нетрудно. Если матрица

$$F = \eta\tilde{G} + \tilde{G}^T\eta \;(\eta = \mathrm{diag}\,(1, -1, -1, -1)) \tag{11}$$

– неотрицательная, то $\exp(4gt)\det\rho$ не убывает, и $\det\rho$ не обращается в нуль. Обычному уравнению (5) соответствует $F = 0$. При этом преобразование вектора ρ_λ со временем является прямым произведением преобразования Лоренца на равномерное сжатие по всем осям, $\exp(-gt)$, и вектор ρ_λ не покидает конуса.

Весьма существенно, что условие положительности может быть сформулировано независимо от обычных (гамильтоновских) членов. Дело в том, что при прохождении пучка K^o-мезонов сквозь вещество к "вакуумному" гамильтониану добавляются члены, описывающие взаимодействие K-мезонов с ядрами среды и зависящие, в частности, от скорости K-мезонов и плотности среды.

Решение уравнения (9) сильно упрощается, если существует CP-симметрия. Рассмотрим этот случай и проследим на его примере качественное различие между решениями уравнений (5) и (6). CP-инверсии отвечает преобразование $(\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3) \to (\rho_0, \rho_1, -\rho_2, -\rho_3)$. Уравнение (9) сохраняет CP-четность, если пары компонент $(\rho_0 \rho_1)$ и (ρ_2, ρ_3) преобразуются независимо, т. е. матрица G является прямой суммой двух матриц второго порядка. При этом решение уравнения (9) сводится к вычислению экспонент от действительных матриц второго порядка. Число K_1- и K_2-мезонов меняются со временем по следующему закону:

$$
\begin{gathered}
N_1(t) = e^{-\Gamma_1 t} N_1(0) + \frac{1}{2} e^{-\Gamma_2 t}\left(1 - e^{-(\Gamma_1 - \Gamma_2)t}\right)\sin\delta_1 \times \\
\times \left[\operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_1 N_1(0) + e^{-\beta} N_2(0)\right], \\
N_2(t) = e^{-\Gamma_2 t}\left\{N_2(0) - \frac{1}{2}\left(1 - e^{-(\Gamma_1 - \Gamma_2)t}\right)\sin\delta_1 \times \right. \\
\left. \times \left[e^{\beta} N_1(0) - \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_1 N_2(0)\right]\right\},
\end{gathered}
\tag{12}
$$

где Γ_1 и Γ_2 – ширины K_1- и K_2-мезонов, $\delta_1 \geqslant 0$ характеризует отклонение теории от канонической, β – произвольный параметр. Приведем также зависимость от времени чисел K- и $\bar{K}$-мезонов, $N_\pm$, считая для простоты, что $N_-(0) = 0$:

$$
\begin{gathered}
N_\pm(t) = \frac{1}{4} N(0)\left\{e^{-\Gamma_1 t}(1 - \sin\delta_1 \operatorname{ch}\beta) + e^{-\Gamma_2 t}(1 + \sin\delta_1 \operatorname{ch}\beta) \pm \right. \\
\left. \pm 2\exp\left[-\frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)t - 2\lambda t\right](\cos\mu t - \sin\delta_2 \sin\gamma \sin\mu t)\right\}.
\end{gathered}
\tag{13}
$$

Здесь μ – разность масс; $\delta_2 \geqslant 0$, $\lambda \geqslant 0$ и γ – еще три параметра. Таким образом, теория содержит пять дополнительных параметров.

Число параметров еще увеличивается, если учесть нарушение CP-четности. Формулы заметно усложняются, однако если считать нарушение CP-четности малым и воспользоваться теорией возмущений, то результат нетрудно выписать в явной форме.

Наиболее существенной особенностью формулы (12) является наличие двух экспонент в распаде K_1-мезонов. При $\Gamma_1 t \gg 1$, когда основная часть K_1-мезонов распалась, остается еще некоторое количество CP-четных мезонов, распадающихся со временем, характерным для K_2-мезонов. Однако без нарушения CP-четности нельзя объяснить наблюдаемые на опыте распады $K^\circ \to 2\pi$ на большом расстоянии от источника. Такая возможность закрывается, как и "модель независимых частиц", известными опытами по вакуумной регенерации, в которых доказано, что в распадах $K^{\circ} \to 2\pi$ имеется интерференция.

Согласно экспериментальным данным, параметры δ_1, δ_2 и λ – невелики и вряд ли превышают 10^{-3}. Однако для точного установления их масштаба необходимы дополнительные данные. Особое значение имеет постановка "полного опыта", который позволил бы определить все четыре элемента матрицы плотности в данный момент времени.

Уравнение (6) для $K\bar{K}$-системы должно быть следствием аналогичного уравнения для всей системы (K° + продукты распада). Вопрос о том, можно ли, не нарушая условие неотрицательности, сохранения вероятности ($\mathrm{Sp}\,\rho$ = const) и энергии, построить уравнение, отличное от канонического, пока остается открытым. Заметим, что хорошо известные в физике релаксационные уравнения (см., например [2]) для матрицы плотности описывают взаимодействие системы с термостатом и потому не сохраняют энергии, а также приводят к необратимости.

Предположение о том, что уравнения квантовой механики имеют вид, более сложный, чем (1) или (5), было высказано В.М.Галицким еще несколько лет назад. В частности, он рассматривал линейное уравнение для элементов матрицы плотности системы $K^{\circ}\bar{K}^{\circ}$. Я благодарен В.М.Галицкому за интересное обсуждение.

Недавно появилась работа Эберхарда [3], в которой также обсуждается возможность описания системы с помощью эволюции матрицы плотности, не подчиняющейся уравнению вида (5). Однако в предложенной им схеме уравнения для матрицы плотности вообще отсутствует, и она не эквивалентна обсуждаемому здесь подходу. Кроме того, вопрос о сохранении энергии остается открытым.

Автор признателен А.Д.Долгову, В.И.Захарову, И.Ю.Кобзареву, Л.Б.Окуню, В.И.Рогинскому, И.С.Шапиро за интерес к работе и обсуждение ее результатов.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
17 апреля 1972 г.

Литература

[1] Ц. Ли, Ц. Ву. Слабые взаимодействия М., изд. Мир, 1968.

[2] А.А.Белавин, Б.Я.Зельдович, А.М.Переломов, В.С.Попов. ЖЭТФ, 56, 264, 1969.

[3] P. Eberhard. Preprint CERN 72-1, 1972.