

ПРИБЛИЖЕНИЕ "КВАЗИЭЙКОНАЛА"

К.А. Тер-Мартиросян

Ниже предложено простое и весьма точное при высокой энергии $s \approx 2m_N E \gg m_N^2$ (и малом $|t| = |q^2| \lesssim m_N^2 / \ln(E/m_N)$) приближение для амплитуды рассеяния, учитывающее вклады полюсов Редже и всех перерассеяний [1, 2] на них (рис. 1).

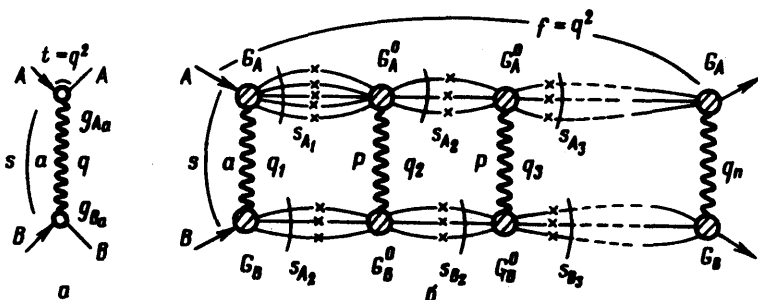


Рис. 1

Запишем, в представлении прицельного параметра b , амплитуду ¹⁾

$$M(s, q^2) = \int e^{i\kappa b} f(s, b) \frac{d^2 b}{2\pi} = \int_0^\infty (\kappa b) f(s, b) b db \quad (1)$$

через парциальную волну $f(s, b)$, аналогично модели эйконала [3]

$$f(s, b) = [e^{\chi'} - 1 - \chi' + C \sum_\sigma \chi_\sigma] / 2iC. \quad (2)$$

Здесь χ' — квазиэйконал,

$$\chi = C \chi_P(s, b) + \sum_{\sigma \neq P} C_\sigma \chi_\sigma(s, b), \quad \chi_\sigma = 2i \int M^{(1)}(s, \kappa^2) e^{-i\kappa b} \frac{d^2 \kappa}{2\pi}, \quad (3)$$

а $M^{(1)} = \eta_{\sigma_\alpha}(a_\alpha) g_{A_\alpha}(t) g_{B_\alpha}(t) (s/s_0)^{\alpha_\sigma(t)-1}$ — вклад σ -го полюса Редже, $s_0 = 2m_N^2$, $t = q^2 = -\vec{k}^2$, $\eta_{\sigma_\alpha} = (\sigma_\alpha + e^{-i\pi\alpha_\alpha}) / (-\sin\pi\alpha_\alpha)$ — сигнатурный множитель. Если

$$a_\alpha = a_\alpha^0 + a_\alpha' t$$

и

$$|\eta_{\sigma_\alpha}(a_\alpha)| g_{A_\alpha} g_{B_\alpha} \approx |\eta_{\sigma_\alpha}(a_\alpha^0)| \gamma_\alpha^0 e^{R_\alpha^2 t},$$

¹⁾ Рассматриваем бесспиновые частицы; нормировка такова, что $d\sigma/dt = 4\pi |M(s, t)|^2$, $\sigma^{\text{tot}} = 8\pi \text{Im}M(s, 0)$.

то

$$X_\sigma = i\eta_{\sigma_\sigma} (a_\sigma^0) (\gamma_\sigma^0 / \lambda_\sigma) (s/s_\sigma)^{a_\sigma^0 - 1} \exp[-b^2/4\lambda_\sigma],$$

$$\lambda_\sigma = R_\sigma^2 + a_\sigma^0 \left(\ln \frac{s}{s_\sigma} - i \frac{\pi}{2} \right).$$

При $C = C_\sigma = 1$ эти формулы переходят в модель [3] эйконала. Они, однако, гораздо точнее, так как правильно учитывают, за счет множителей C, C_σ в (3), вклад перерассеяний рис. 1, б с ливнями [2] в промежуточных состояниях (с небольшими массами $\sqrt{s_{A_k}}, \sqrt{s_{B_k}}$).

Действительно, покажем, что при [2, 4]

$$C = 1 + \sigma^{in} / \sigma^{el}, \quad (4)$$

где σ^{el} и σ^{in} — сечения упругого $A + B$ -рассеяния и дифракционного образования ливней и при некотором выборе постоянных $C_\sigma, \sigma \neq P$, формулы (1) — (3) правильно учитывают вклад [1, 2] графиков рис. 1, б, отвечающих n -кратным $P^n, \sigma P^{n-1}$ перерассеяниям

$$M^{(n)}(s, q^2) = \nu_n \int N_A^{(n)}(q_k) N_B^{(n)}(q_k) \eta_{12\dots n}(s/s_\sigma)^{\sum_{k=1}^n a_k(q_k^2) - n} \times \\ \times \frac{d^2\kappa_1}{\pi} \frac{d^2\kappa_2}{\pi} \dots \frac{d^2\kappa_{n-1}}{\pi}. \quad (5)$$

Здесь $\eta_{12\dots n} = \eta_1 i \eta_2 \dots i \eta_n$, $\eta_k = \eta_{\sigma_k}(a_k)$, $N_A^{(n)}, N_B^{(n)}$ — вершины образования n -реджеонов, $g_k = (0, k, 0, \vec{\kappa}_k)$ 4-импульсы реджеонов, $\sum_{k=1}^n \vec{\kappa}_k = \vec{\kappa}$, $t = q^2 = -\kappa^2$. Для P^n перерассеяния на рис. 1, б $\sigma = P$, т. е. все $a_k \equiv a_P(q_k^2)$ и $\nu_n = 1/n!$ для σP^{n-1} перерассеяния $\sigma \neq P$, $a_1 = a_\sigma(q_1^2)$, $a_k = a_P(q_k^2)$, $k > 1$ и $\nu_n = 1/(n-1)!$ (вклад графика рис. 1, б не меняется при перестановке реджеонных линий, поэтому полагаем, что реджеон типа $\sigma \neq P$ — самый левый).

Вершины $N_A^{(n)}, N_B^{(n)}$ могут быть [1, 2] разложены в ряд по полной системе физических промежуточных состояний¹⁾ вида рис. 2, причем наибольший вклад $(N_A^{(n)})_0 = g_{A_\sigma}(\kappa_1^2) g_{A_P}(\kappa_2^2) \dots g_{A_P}(\kappa_n^2)$ дает одночастичное состояние рис. 2, а. Поэтому

$$N_A^{(n)}(q_k) = g_{A_\sigma}(\kappa_1^2) g_{A_P}(\kappa_2^2) \dots g_{A_P}(\kappa_n^2) C_A^{(n)}(\kappa_k),$$

¹⁾ Они соответствуют частицам на массовой поверхности, линии этих частиц отмечены крестиками на рис. 1, 2; им отвечает пропагатор $-2\pi i \theta(p_0) \delta(p^2 - m^2)$. Большие массы ливней этих частиц $s_{A_k} \sim s_{B_k} \sim s$ не важны — они приводят к так называемым усиленным графикам, вклад которых мал [5].

где $C_A^{(n)}(\kappa_k)$ — отношение вклада всех графиков рис. 2 к $(N_A^{(h)})_0$. Отсюда

$$N_A^{(n)}(\kappa_k) N_B^{(n)}(\kappa_k) = \gamma_a(\kappa_1^2) \gamma_p(\kappa_2^2) \dots \gamma_p(\kappa_n^2) C_a^{(n)}(\kappa_k), \quad (6)$$

где $\gamma_a = g_A g_{B_a}$, а $C_a^{(n)} = C_A^{(n)}(\kappa_k) C_B^{(n)}(\kappa_k)$.

Из определения $d\sigma^{in}/dt$ и $d\sigma^{eL}/dt$ следует, что при $a = P$ и $n = 2$: $C_P^{(2)}(\vec{\kappa}_1, -\vec{\kappa}_1) = 1 + (d\sigma^{in}/d\kappa_1^2) / (d\sigma^{eL}/d\kappa_1^2)$, а $C_P^{(2)}(0, 0) = C$, где C — постоянная (7).

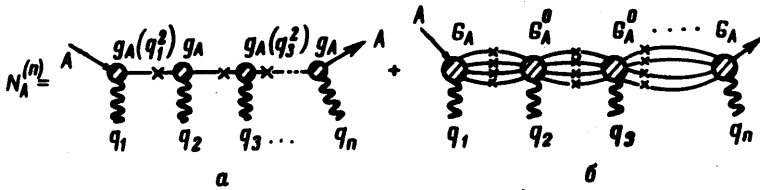


Рис. 2

При $s \gg m_N^2$ и $\kappa^2 = |t| \lesssim m_N^2 / \ln(s/m_N^2)$ в интеграле (5) важны очень малые $\kappa_k^2 \sim \kappa^2/n$; поэтому можно считать $C_a^{(n)}(\kappa_k) \approx C_a^{(n)}(0)$, с точностью до членов $\sim \kappa_k^2/m_N^2 \sim 1/\ln(s/m_N^2)$.

Вклад каждого звена графика рис. 1, б увеличивается за счет образования ливня частиц, по сравнению с его одночастичным значением, на величину $C_P^{(2)}(0, 0) = C$. Поэтому, если структура всех звеньев графика рис. 1, б одинакова и мал вклад частиц, "обходящих" одну из вершин (пунктир на рис. 2, б, 1, б), то

$$C_a^{(n)}(\kappa_n) \approx C_a^{(n)}(0) = C_a C^{n-2}, \quad (7)$$

где $C_a = C$, если $a = P$. Для $a \neq P$ множитель C_a определяет степень увеличения вклада левого звена на рис. 1, б.

Приближенное равенство (7) (точное при $s \rightarrow \infty$ и $n = 2$) является основой нашего подхода.

При подстановке (7) и (6) в (5) и записи (5) в виде (1) получаем, что вкладу P^n -перерасеяния рис. 1, б отвечает в парциальной волне член $f_P^{(n)}(s, b) = (C \chi_P)^n / (2i C n!)$, а $a P^{n-1}$ — перерасеяния — член $f_a^{(n)}(s, b) = C_a \chi_a (C \chi_P)^{n-1} / (2i C (n-1)!)$. Разложение экспоненты ${}_0\chi_a$ в (2) в ряд показывает, что точно такие же члены возникают в (2), (3). В то же время, линейные по χ_a члены в (2) $(1/2i) \sum_a \chi_a$ в точности дают вклады полюсов Редже рис. 1, а. Таким образом, в рамках приближения (7) формулы (1) — (3) правильно воспроизводят все¹⁾ перерасеяния (5).

¹⁾ Член $\chi_a \chi_b / 2is$, определяющий перерасеяние на двух полюсах $a, b \neq P$ воспроизводится в (2) и (3) с разумным коэффициентом $C_{ab} = C_a C_b / C$.

Так как крайние вершины образования ливней на рис. 1, б, 2, б (G_A, G_B) отличны от средних (G_A^0, G_B^0), то при $\sigma = P$ немного более аккуратным приближением, чем (7), будет:

$$C_p^{(n)} \approx C C_1^{n-2}, \quad C_\sigma^{(n)} \approx C_\sigma C_1^{n-2}, \quad (8)$$

где C_1 — новая постоянная, отличная от (4). Это приближение также легко воспроизвести квазиэйконалом (2), (3), если: а) заменить в (3) $C \rightarrow C_1, C_\sigma \rightarrow C_\sigma C_1/C$, б) заменить в (2) $C \rightarrow C_1^2/C$.

Учет спина частиц в πN -, kN -рассеянии проводится тривиально [2, 3]: он сводится к замене в (2), (3) χ_σ, χ' на операторы $\hat{\chi}_\sigma = \chi_{\sigma_0} + \hat{\sigma}'_y \chi_{\sigma_y}, \chi' = \chi'_{\sigma_0} + \hat{\sigma}'_y \chi'_{\sigma_y}, \hat{\sigma}'_y = \hat{\sigma}[p_0, b/b], p_0 = p_A/p_A$ и к представлению χ' и χ'_y в виде сумм (3), соответственно, с коэффициентами $C_1 = C_p, C_\sigma$, или $C_y = C_p$ и C_{σ_y} .

Амплитуда $M = M_0 + i\sigma[p_0, \kappa/\kappa]M_y$ определяется через парциальные волны:

$$f_0(s, b) = \frac{1}{2iC} \{ e^{X'_0} \text{ch } X'_y - 1 - \sum_\sigma (C - C_{\sigma_0}) \chi_{\sigma_0} \},$$

$$f_y(s, b) = \frac{1}{2iC} \{ e^{X'_0} \text{sh } X'_y + \sum_\sigma (C - C_{\sigma_y}) \chi_{\sigma_y} \},$$

в обычном виде [2, 3, 6]

$$M_0 = \int_0^\infty f_0 l_0(\kappa b) b db, \quad M_y = \int_0^\infty i f_y l_1(\kappa b) b db.$$

Аналогичные формулы, удобные для численных расчетов, можно получить для πN -рассеяния назад, перезарядок и т. д. Например, для рассеяния назад

$$\hat{f}(s, b) = \frac{1}{2iC} [C_f \hat{\chi}_f e^{\hat{X}'_f} + (C - C_f) \hat{\chi}_f],$$

где $\hat{\chi}_f(s, p) = \chi_{f_0} + \hat{\sigma}'_y \chi_{f_y}$ — эйконал (3), отвечающий вкладу $M_f^{(1)}$ фермионного полюса Редже.

Отметим в заключение, что амплитуда (2) заведомо удовлетворяет при высокой энергии условию s -унитарности $\text{Im } f \leq 1$ и что проведенные численные расчеты [6, 7] с $C_{\sigma_0} \equiv C_y \equiv C_{\sigma_y} \equiv 1$ дали хорошее описание всех известных данных опыта о πN -, γkN - и $NN - \bar{N}N$ -взаимодействии.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
29 апреля 1972 г.

Литература

- [1] В.Н. Грибов. ЖЭТФ, 53, 654, 1967.
[2] К.А. Тер-Мартirosян. ЯФ, 10, 1047, 1969; Nucl. Phys., B36, 566, 1972.

- [3] R.C.Arnold, M.L.Blackmon. Phys. Rev., 176, 2082, 1968.
 - [4] А.Б.Кайдалов. ЯФ, 13, 401, 1971.
 - [5] К.А.Тер-Мартirosян. ЯФ, 10, 1262, 1969.
 - [6] К.Г.Boreskov, А.М.Lapidus, S.T.Sukhorukov, К.А.Тер-Мартirosyan
Rep. at Kiev Conference, 1970.
 - [7] К.Г.Boreskov, А.М.Lapidus, S.T.Sukhorukov, К.А.Тер-Мартirosyan
Nucl. Phys., B-36, 1972 г (в печати).
-