ХАРАКТЕРНАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ДЛИНА

А.Д. Чернин

Если в космологической модели Фридмана учесть как нуклоны, так и изотропное электромагнитное излучение, зависимость радиуса кривизны a от собственного времени τ примет вид [1]

$$a = A_m(\mathrm{ch}\eta - 1) + A_r\,\mathrm{sh}\eta\,,$$
$$c\tau = A_m(\mathrm{sh}\eta - \eta) + A_r(\mathrm{ch}\eta - 1). \qquad (1)$$

Здесь η – параметр, A_m, A_r – произвольные независимые константы размерности длины, которые выражаются через комбинации плотностей вещества ρ_m и излучения ρ_r и критическую плотность ρ_c

$$A_m = \frac{1}{2}k^{-1/2}\rho_m(\rho_c - \rho)^{-3/2}, \qquad (2)$$
$$A_r = k^{-1/2}\rho_r^{1/2}(\rho_c - \rho)^{-1},$$
$$k = \frac{8\pi G}{3c^2}, \quad \rho = \rho_m + \rho_r. \qquad (3)$$

Решению (1) – (3) отвечает бесконечный объем и отрицательная пространственная кривизна изотропного в среднем мира ("открытая модель"), что, по-видимому, правильно передает основные крупномасштабные свойства реального пространства – времени.

Для нахождения констант A_m, A_r воспользуемся астрономическими данными о плотностях ρ_r и ρ_m. Первая из них измерена в настоящее время довольно точно [2]:

$$\rho_r \simeq 6 \cdot 10^{-34}\ г/см^3\,.$$

Значение же ρ_m известно с большой неопределенностью:

$$10^{-31} < \rho_m < 5 \cdot 10^{-28}\ г/см^3.$$

Верхняя граница есть мажорирующая оценка вклада всех форм вещества [3], величина 10^{-31} $г/см^3$ соответствует минимальной оценке для средней плотности видимого вещества галактик [4]. Открытой модели отвечает несколько более узкий интервал:

$$10^{-31} < \rho_m < \rho_c = \frac{3}{8\pi G}H^2 \simeq 2 \cdot 10^{-29}\ г/см^3, \qquad (4)$$
$$H = 100\ км/сек \cdot Мпс.$$

Из формул (2) – (3) и приведенных наблюдательных данных следует, что константы A_m и A_r близки по порядку величины [1]. Более того, в допустимом интервале (4) значений плотности вещества содержится такая величина ρ_m, при которой A_m и A_r в точности равны:

$$\rho_m = 2\frac{A_r}{A_m}\rho_r^{1/2}(\rho_c - \rho)^{1/2}, \tag{5}$$

$$A_m = A_r \text{ при } \rho_m \simeq 2\cdot 10^{-31}\, г/см^3.$$

Отметим еще одно примечательное численное совпадение. При значениях ρ_m, ρ_r, ρ_c, приведенных выше, постоянная длина A_r оказывается равной – с точностью до множителя порядка единицы – численному значению выражения $h^2/Gm^3 \simeq 10^{26}$ *см*, составленного из универсальных констант (h – постоянная Планка, G – гравитационная постоянная, m – масса нуклона).

Эти результаты позволяют заключить, что в космологической теории существует характерная постоянная длина A такая, что

$$A_m \simeq A_r \simeq A \simeq \frac{h^2}{Gm^3}. \tag{6}$$

Соотношение (6) представляет собой удивительный по точности совпадения пример численной связи между космологической и микроскопическими постоянными. Поискам такого рода совпадений – причем предполагалось, что они не случайные – посвящен целый ряд работ (см., например, [5 – 8]). Трудности, которые встречаются на этом пути, анализируются в недавнем обзоре [9] на примере космологической теории с Λ-членом. Обратим в связи с этим внимание на то, что решение (1) получено из стандартных [10] уравнений гравитации без Λ-члена.

Если считать A независимой мировой постоянной, то соотношение (6) можно понимать как формулу для одной из констант h, G, m. Например, масса протона есть

$$m = (h^2/AG)^{1/3}.$$

С помощью космологической длины A и микроскопических констант h, G, c, e (заряд электрона) можно составить еще три постоянные величины размерности массы:

---

[1] Мы не рассматриваем вырожденный случай $\rho_c - \rho \to 0$, соответствующий переходу к квазиевклидовой модели, в которой имеется лишь одна константа.

$$M = Ac^2/G \simeq 10^{54}\ г,$$
$$\mu_1 = e^2/Ac^2 \simeq 10^{-66}\ г,$$
$$\mu_2 = h/Ac \simeq 10^{-63}\ г.$$

Большая масса M дает полное количество вещества внутри сферы радиуса $\sim a$ в момент, когда $a \sim A$. Малые (близкие по порядку величины) массы μ_1, μ_2 удовлетворяют, в частности, экспериментальным ограничениям на массу покоя фотона [11] или нейтрино [12].

Заметим в заключение, что современное значение радиуса кривизны a больше характерной длины A (например, $a \simeq 10^{29}$ *см* при $\rho_m \simeq 2 \cdot 10^{-31}$ *г/см*^{3}). Поскольку a растет со временем (1), в прошлом существовал момент r_A ($\rho_m(r_A) \sim \rho_r(r_A) \sim 10^{-22}$ *г/см*^{3}), в который переменная длина a совпадала с характерной длиной A. Этот момент является в определенном смысле выделенным; если в прошлом Метагалактики имело место качественное изменение ее крупномасштабной геометрической структуры, то оно, возможно, происходило именно в эпоху $r \sim r_A$. Таким изменением мог быть переход (см. [13]) от дофридмановской стадии (анизотропной, неоднородной) к стадии крупномасштабной изотропии, описываемой решением (1).

Автор благодарен Л.Э.Гуревичу за интересные обсуждения.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
15 августа 1968 г.

Литература

[1] А.Д.Чернин. Астрон. ж., 42, 1124, 1965.

[2] A. A. Penzias, R. W. Wilson. Ap. J., 142, 419, 1965.

[3] Я.Б.Зельдович, Я.А.Смородинский. ЖЭТФ, 41, 907, 1961.

[4] J. Oort, La Structure et l'Evolution de l'Universe, Brussells, 1958.

[5] А.Эддингтон. Теория относительности, М. Л., ГТТИ, 1934.

[6] P. A. M. Dirac. Nature, 139, 323, 1937.

[7] G. Gamow. Phys. Rev. Lett., 19, 759, 1967.

[8] Я.Б.Зельдович. Письма ЖЭТФ, 6, 1050, 1967.

[9] Я.Б.Зельдович. УФН, 95, 209, 1968.

[10] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М., Физматгиз, 1962, стр. 328.

[11] И.Ю.Кобзарев, Л.Б.Окунь. УФН, 95, 131, 1968.

[12] С.С.Герштейн, Я.Б.Зельдович. Письма ЖЭТФ, 4, 174, 1966.

[13] Л.М.Озерной, А.Д.Чернин. Письма ЖЭТФ, 7, 436, 1963.