ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ РАДИУС π-МЕЗОНА

Л.А.Халфин, Ю.П.Щербин

1. В предыдущих работах [1, 2] был указан метод оценки электромагнитного радиуса π-мезона, в котором существенно используются аналитические свойства формфактора $G(t)$ [1]. Преимуществом этого метода является то, что он использует экспериментальные данные о $G(t)$ в конечном интервале $[t_2, t_1]$, $t_2 < t_1 < 0$ [3] и данные о $G(t)$ при $t \geqslant t_0 = 4m_\pi^2$, полученные из эксперимента по e^-e^+-столкновениям [4]. Существенно подчеркнуть, что при этом получается новый метод определения $G(t)$ в окрестности $t \simeq 0$, в котором непосредственная экстраполяция $G(t)$ из $[t_2, t_1]$ в точку $t = 0$ исключена. Это особенно важно в связи с тем, что экспериментально $G(t)$ при малых t известно очень плохо, а также в связи с возможными эффектами "гало" [5], которые кардинально меняют поведение $G(t)$ при $t \simeq 0$.

2. В [2] были проанализированы правила сумм для формфактора π-мезона, т.е. проверена согласованность экспериментальных данных [3] и [4]. В [2] отмечено, что для $|G(t)|$ в окрестности $t \simeq t_0$ необходима более точная формула, чем просто резонансная [4]. В силу этого попытка определения радиуса π-мезона на основании дисперсионного соотношения (8) из [2] не приводит к разумным результатам. В принципе пороговое поведение $|G(t)|$ можно было бы получить, если фазы $\pi\pi$-рассеяния были бы известны детально. Однако последние определены еще недостаточно хорошо. Поэтому была использована модификация дисперсионных соотношений (8) из [2]:

$$G(t) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{(t-t_1)(t-t_2)}{(t_0-t)}}\left\{\int_{t_0}^{\infty}\sqrt{\frac{t'-t_0}{(t'-t_1)(t'-t_2)}}\,\frac{\ln|G(t')|}{t'-t}\,dt' + \right.$$

$$\left. + \int_{t_2}^{t_1}\sqrt{\frac{t_0-t'}{(t_1-t')(t'-t_2)}}\,\frac{\ln G(t')}{t'-t}\,dt'\right\}, \qquad (1)$$

в котором вклад от околопороговой области в первом интеграле формулы (1) подавлен за счет множителя $(t'-t_0)$, и наиболее важной при вычислении этого интеграла становится область ρ-резонанса.

---

1) Здесь использованы обозначения работы [2].

2) Формула (1) справедлива для $t \in [t_1, t_0]$ при условии, что $G(t)$ не имеет комплексных нулей.

3. На основании (1) был численно определен r_π – электромагнитный радиус π-мезона. При этом использовались экспериментальные данные описываемые следующими выражениями: при $t > t_0$

$$|G(t)|^2 = k m_\rho^4 [(m_\rho^2 - t)^2 + m_\rho^2 \Gamma_\rho^2]^{-1}, \qquad (2)$$

где согласно [4] $k = 0{,}59 \pm 0{,}15$, $m_\rho = (764 \pm 11)$ *Мэв*, $\Gamma_\rho = (93 \pm 15)$ *Мэв*, а при $t_2 < t < t_1 < 0$: а) дипольная интерполяция [3] [1)]

$$G(t) = (1 - t/\bar{m}^2)^{-2}, \quad \bar{m}^2 = (0{,}62 \pm 0{,}16)\ \text{Гэв}^2, \qquad (3)$$

б) полюсная интерполяция [3]

$$G(t) = (1 - t/\bar{m}^{-2})^{-1}, \quad \bar{m} = (600 \pm 80)\ \text{Мэв}. \qquad (4)$$

Непосредственная экстраполяция $G(t)$ (3) в область $t \sim 0$ дает

$$r_\pi = 0{,}88 \pm 0{,}12\ \text{ф},$$

тогда как экстраполяция $G(t)$ по формуле (4) приводит к

$$r_\pi = 0{,}8 \pm 0{,}1\ \text{ф}.$$

4. Дисперсионное соотношение (1) позволяет не только вычислить r_π, но и проверить согласованность различных наборов экспериментальных данных на отдельных участках вещественной оси t при сделанных предположениях о $G(t)$ как аналитической функции. Это достигается проверкой устойчивости вычисления r_π с помощью (1) при различных значениях t_2 (при этом, однако, $-t_2 \leqslant (490\ \text{Мэв/с})^2 = t_{\bar{m}}$, что соответствует верхней границе экспериментально исследованных пространственноподобных t (см. [3])). Наиболее детальные расчеты были проведены для $G(t)$ (2), (3) при условии, что (2) считается справедливым на всей полуоси $[t_0, \infty)$. Некоторые из вычисленных в этом случае значений r_π приведены в 1 – 3 столбцах таблицы. Результаты вычислений позволяют сделать следующие выводы: а) набор параметров $(k_{(0)}, m_{\rho(0)}, \Gamma_{\rho(0)}, \bar{m}_{(0)})$ можно считать довольно хорошо согласованным: при изменении t_2 величина r_π меняется не слишком быстро и при $-t_2 = t_{\bar{m}}$ получаем $r_\pi = 0{,}8$ ф; б) при любых экспериментально допустимых вариантах параметров $(k, m_\rho, \Gamma_\rho, \bar{m})$ для r_π справедливо неравенство $r_\pi \leqslant 1{,}2$ ф; в) некоторые наборы (например, $(k_{(0)}, m_{\rho(0)}, \Gamma_{\rho(0)}, \bar{m}_{(-)})$, $(k_{(+)}, m_{\rho(+)}, \Gamma_{\rho(+)}, \bar{m}_{(-)})$, $(k_{(+)}, m_{\rho(0)},$

---

1) Заметим, что при $\bar{m}_w^2 = 0{,}71$ *Гэв*^{2} $G(t)$ (3) совпадает с выражением для электрического формфактора протона.

$\Gamma_{\rho(o)}, \bar{m}_{(-)}$) не отвечают критерию согласованности, т.е. r_π быстро убывает при возрастании $|t_2|$. Если отбросить эти наборы, то для r_π, соответствующих остальным вариантам, справедливо $r_\pi > 0{,}5$ *ф*;

г) большинство несогласованных наборов включает параметр $\bar{m}_{(-)}$ и, следовательно, с точки зрения однорезонансной формулы (3) более предпочтительны $\bar{m} > \bar{m}_{(-)}$, что согласуется с результатами работы [6]; д) $G(0)$, определяемая из формулы (1), в отличие от результатов работы [7], близка к единице (например, для набора ($k_{(o)}$, $m_{\rho(o)}, \Gamma_{\rho(o)}, \bar{m}_{(o)}$) и $-t_2 = t_{\bar{m}}$ формфактор $G(0) = 0{,}98$).

$-t_2$, *Гэв*^{2}	r_π, *ф*					
	1	2	3	4	5	6
0,098	0,92	0,96	0,98	1,03	0,60	1,22
0,176	0,86	0,94	0,98	1,07	0,46	1,26
0,235	0,80	0,91	0,97	1,09	0,26	1,28

Примечание: $t_1 = -(140\ Мэв)^2$; 1,3 столбцы соответствуют наборам ($k_{(o)}, m_{\rho(o)}, \Gamma_{\rho(o)}, \bar{m}_{(o)}$), ($k_{(o)}, m_{\rho(o)}, \Gamma_{\rho(o)}, m_{(+)}$); 2, 4, 6 – ($k_{(o)}, m_{\rho(o)}, \Gamma_{\rho(o)}\ m_W$); 5 – ($(125/93)^2 k_{(o)}, m_{\rho(o)}, \Gamma_\rho = 125\ Мэв, \bar{m}_W$); индекс (o) соответствует средним значениям экспериментальных данных, а (+), (–) – их верхним и нижним границам.

5. Были проанализированы тенденции изменения r_π при соответствующих модификациях $G(t)$. Представляя $G(t)$ в форме (2), (4), получим увеличение r_π на 0,1 ÷ 0,2 *ф*. Один из вариантов этой модификации приведен в 4-ом столбце. Наши вычисления показывают, что увеличение Γ_ρ в (2) с сохранением величины $|G(m_\rho^2)|$ вызывает резкое уменьшение r_π, а также ухудшает согласованность данных при $t > t_o$ и $t < 0$ (см. например, 5-й столбец таблицы). Так как асимптотика $G(t)$ при $t \to +\infty$ вносит существенный вклад в первый интеграл формулы (1), было исследовано ее влияние на величину r_π. Формула (2) была модифицирована включением гипотетического ρ' мезона, т.е. при $t > t_o$.

$$G(t) = \sqrt{k}\, m_\rho^2 \left[m_\rho^2 - t - i\Gamma_\rho \left(\frac{t - t_0}{m_\rho^2 - t_0} \right)^{1/2} \right]^{-1}$$

$$- \sqrt{k}\, m_\rho^2 [m_{\rho'}^2 - t - i\Gamma_{\rho'}(t - t_0)^{1/2}]^{-1}, \qquad (5)$$

где, согласно [8] $m_{\rho'} = 1{,}85$ *Гэв*, $\Gamma_{\rho'} \approx 150$ *Мэв*. Среднеквадратичный радиус в этом случае имеет тенденцию к увеличению по сравнению с соответствующими вариантами однорезонансной формулы (2) на $0{,}3 \div 0{,}4$ *ф* (см., например, 6-й столбец таблицы). Однако, если в (5) положить $\Gamma_\rho = 125$ *Мэв*, не меняя $|G(m_\rho^2)|$, то r_π уменьшится на величину такого же порядка.

6. На основании [1] можно так видоизменить правила сумм и дисперсионные соотношения, чтобы учесть асимптотическую область $t \in [-\infty, t_{as}]$ и детальное поведение $G(t)$ в окрестности порога $t \simeq t_0$. Отметим также, что аналогичным способом можно исследовать детальную аналитическую структуру распределения масс ρ-мезона, в частности, проверить, полюсом какого порядка описывается его распределение масс. Из приведенного выше ясна необходимость более точных экспериментальных данных относительно формфактора π-мезона.

В заключение приносим благодарность сотрудникам семинара кафедры теории элементарных частиц ЛГУ за интересную дискуссию.

Ленинградское отделение
Математического института
им.В.А.Стеклова
Академии наук СССР

Ленинградский
государственный университет

Поступило в редакцию
14 октября 1968 г.

Литература

[1] Л.А.Халфин. ЯФ, 7, 876, 1968.
[2] Л.А.Халфин, Ю.П.Шербин. Письма ЖЭТФ, 8, стр.1968.
[3] C.W.Akerlof et al. Phys. Rev., 163, 1482, 1967.
[4] V.L.Auslander et al. Phys. Lett., 25B, № 6, 1967.
[5] R.Barrett et al. Препринт SLAC–POB–333.
[6] M.M.Block et al. Phys. Rev., 179, 1074, 1968.
[7] J.E.Bawcok, Th.Kannelopoulos. Nucl. Phys., B4, 417, 1968.
[8] J.G.Cordes, P.J.O'Donnel. Phys. Rev. Lett., 20, 1463, 1968.