

Т-МОДЕЛИ "ШАРА" В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В.А.Рубан

1. Считается, что решение Толмана [1 – 3] представляет все возможные в общей теории относительности (ОТО) нестатические модели шара из пылевой материи без давления. Однако при интегрировании уравнений Эйнштейна всегда неявно предполагается, что условие сопутствия $G_0^1 = 0$ не сводится к тривиальному тождеству. Поэтому решению Толмана свойственно дополнительное требование к исходной метрике $-(\partial R/\partial \chi)_r \neq 0$, и, соответственно, к допустимым распределениям релятивистской удельной энергии "пыли" $W^2 = 1 + f > 0$, определяющей отношение приращений текущих активной и собственной масс шара $m' = WM'$, а также геометрию пространственных сечений V_3 [3].

В действительности, эти ограничения не следуют из сферической симметрии или уравнений поля, и, таким образом, из рассмотрения выпадает специальный тип парадоксальных по свойствам конфигураций общерелятивистского шара, имеющих постоянную активную массу $M = r_0/2$ при любой суммарной массе покоя $\mathcal{M}(\chi)$ слагающей их пыли" с $W \equiv 0$ – Т-моделей, для которых сопутствующая система отсчета является также и синхронной Т-системой [2, 4]:

$$ds^2 = dt^2 - e^{\omega(\chi, r)} d\chi^2 - r^2(r) \{ d\nu^2 + \sin^2 \nu d\phi^2 \}. \quad (1)$$

Цель заметки – указать этот дополнительный класс точных внутренних решений для метрики (1):

$$r = r_0/2(1 - \cos \eta), \quad r = r_0/2(\eta - \sin \eta), \\ e^{\omega/2} = \epsilon \operatorname{ctg} \eta/2 + \mathcal{M}'(1 - \eta/2 \operatorname{ctg} \eta/2), \quad \rho = \frac{\mathcal{M}'}{4\pi r^2 e^{\omega/2}} \geq 0 \quad (2)$$

$$\epsilon = 0, \pm 1; \quad \mathcal{M}'(\chi) \geq 0, \quad 0 < r_0 < \infty$$

и кратко обсудить его важные физические следствия.

Т-модели "шара" оказываются простым неоднородным обобщением анизотропной космологической модели "квазизакрытого" типа [5,6,2] с гиперцилиндрическими пространственными сечениями $V_3 = (S_2 \times R_1)$, которые не имеют центра симметрии, открыты в "радиальном" направлении ($-\infty < \chi < \infty$) и обладают бесконечным собственным объемом.

Поперечные пульсации гиперцилиндра V_3 напоминают закрытую модель Фридмана [1, 2]: фаза общего расширения начинается из сингулярности ($\rho = \infty$), затем также одновременно сменяется его неограниченным сжатием обратно в линию или точку. Специфика Т-моделей –

в аperiodической динамике неоднородных продольных деформаций вдоль образующих V_3 , которая может вести к дополнительным особенностям $e^\omega(\chi, r) = 0$ — коллапсу отдельных частей или всего гиперцилиндра V_3 в сферу S_2 .

2. В противоположность ньютоноподобным моделям Толмана — Фридмана, T -модели "шара" не имеют классического аналога, а своим существованием и необычными свойствами обязаны нелинейности уравнений Эйнштейна. Они дают простейший пример общерелятивистских моделей и нестатических полей аномального "продольного" типа, которые отсутствуют в классической и линеаризованной теориях тяготения, и, таким образом, демонстрируют качественно новый момент взаимоотношения последних и ОТО с точки зрения принципа соответствия.

Ввиду невозможности гравитационного излучения для случая сферической симметрии сохраняется далеко идущее сходство локальных свойств релятивистских и ньютоновских моделей, а их различия в основном обусловлены нелинейностью ОТО, которая выражается прежде всего в том, что активная масса шара $m(\chi)$ совпадает с его общей энергией и включает наряду с массой покоя и кинетической энергией "пыли" также гравитационную потенциальную энергию связи. Последняя отрицательна, как и в ньютоновской теории, и приводит к дефекту массы, если $W(\chi) < 1$. Именно за счет этого нелинейного вклада в точности компенсируется масса покоя каждого слоя "пыли" ($W \equiv 0$) и обеспечивается постоянство активной массы T -моделей "шара" при их неограниченном наращивании.

T -модели "шара" дают в принципе отличный от закрытой фридмановской модели [2] способ реализации максимально возможного в ОТО полного гравитационного масс-дефекта, равного суммарной массе покоя материи, который своеобразно проявляется через гиперцилиндрическую геометрию сопутствующего пространства V_3 .

Ввиду полного гравитационного связывания материи их активная масса $M > 0$ должна иметь "затравочный" характер. Ее можно интерпретировать как геометродинамическую "массу без массы" T -областей вакуумного поля Шварцшильда [2, 4], в которые переходят T -модели "шара" в пределе $\varphi = 0$, и с которыми они обнаруживают близкую аналогию.

3. Как известно [1, 2, 7], внешняя метрика Шварцшильда в пустоте не ограничивается псевдосингулярностью на гравитационном радиусе $R = 2M$ (определяющей лишь границу статических R -областей, в кото-

рых физически допустима жесткая полярная система), и может быть аналитически продолжена в принципиально нестатические T -области с $R \leq 2M$, где избранные временная и радиальная координаты как бы меняются ролями и реализуется каноническая T -система вида [4]:

$$ds^2 = \left(\frac{2M}{T} - 1\right)^{-1} dT^2 - \left(\frac{2M}{T} - 1\right) d\chi^2 - T^2(d\nu^2 + \sin^2\nu d\phi^2) \quad (3)$$

$$(0 < T < 2M, \quad -\infty < \chi < \infty).$$

Целый ряд довольно странных свойств поля Шварцшильда в T -областях, (присущих и T -моделям "шара"), а именно: нестатичность, однородность, временной характер геометрической сингулярности в "центре" $T = 0$, конечная временная протяженность, неевклидова гиперцилиндрическая структура инвариантных пространственных сечений $T = \text{const}$, и другие, в частности, глобальные аномалии пространства-времени V_4 исключают интерпретацию вакуумного расширенного многообразия Шварцшильда — Крускала как поля, производимого локализованной точечной массой.

Сфера Шварцшильда возникает вследствие общерелятивистских эффектов нелинейного нарастания притягивающего поля и соответствует радиусу гравитационного захвата всех световых лучей, так что T -области не могут иметь евклидовых аналогов. Они отвечают предельно сильному полю аномального "продольного" типа без материальных источников, которое нельзя отождествить с гравитационными волнами.

T -модели "шара" строятся на основе этих вакуумных T -областей и выступают как модификация последних в том смысле, что материя гравитационно связывается и удерживается их предельно сильным полем внутри сферы Шварцшильда. Благодаря полной нейтрализации массы покоя "пыль" слабо влияет на локальные свойства и как бы замедляет пробную жидкость отсчета синхронной T -системы (3).

Однако при заполнении T -областей исходного поля Шварцшильда — Крускала такой пассивной материей с $W = 0$, радикально меняется топологическая структура V_4 и, в частности, ориентация и свойства их изотропных границ, поскольку для внутреннего решения (2) псевдосингулярность на гравитационном радиусе отсутствует: $e^{\omega/2} = 2M(\chi) \neq 0$ при $r(r) = 2M$. Нуль-гиперсфера Шварцшильда из двух различных полупроницаемых причинных мембран превращается в единый пространственноподобный непроходимый барьер, и в результате пара глобально неэквивалентных T -областей образует геодезически полную и "замкнутую в себе" T -модель "шара", в которой вакуумные R -области исчезают.

4. Ввиду компактности бесконечно протяженных $(-\infty < \chi < \infty)$ T -моделей "шара" понятие полной энергии для них лишено физического смысла, так же как и для топологически закрытой модели Фридмана [1]. Но по аналогии с "полузамкнутыми" мирами [2] можно рассмотреть ограниченные T -шары, содержащие пустые T - и R -области поля Шварцшильда, и посредством сшивки внутренней $(-\infty < \chi \leq \chi_0)$ и внешней вакуумной метрик на граничной сфере $\chi = \chi_0$ корректно определить для них шварцшильдовый интеграл полной массы-энергии $M = 1/2r_0 > 0$.

T -шары представляют новый вид релятивистских гипотетических объектов, которые заключают в себе под сферой Шварцшильда неограниченное количество материи, и тем не менее проявляются в пустоте как обычный шар с конечной гравитационной массой¹⁾, причем последняя вообще не содержит материального вклада и имеет чисто полевую природу геометродинамической "массы без массы" Уилера [8].

Граница T -шара составлена частицами, которые движутся по радиальным геодезическим внешнего поля Шварцшильда подобно пробной "пыли" отсчета T -системы (3). Поэтому уже из диаграммы Крускала [7, 2], (на которой $\chi = \chi_0 = 0$ изображается отрезком временной оси $u = 0$), легко выяснить принципиальную возможность одностороннего обмена информацией, энергией и веществом между T -шаром и R -областями.

С точки зрения наблюдателя в R -области эволюция T -шара не отличается от случая "полузамкнутого" мира [2] с "экваториальной" сферой в качестве границы и характеризуется асимметрией между ненаблюдаемой стадией коллапса T_- и фазой антиколлапса T_+ , в которой расширение граничной сферы начинается с точечного размера и заканчивается асимптотическим "застыванием" на сфере Шварцшильда с типичной картиной гравитационного самозамыкания.

5. Существование T -шаров доказывает принципиальную возможность реализации идеальной "гравитационной машины", которая будет превращать всю массу покоя материи в энергию излучений, и приводит к интересному астрофизическому следствию: внутри возникающей при коллапсе сферы Шварцшильда можно, по крайней мере, в принципе свя-

¹⁾ Подобные ограниченные модели Толмана с переменной активной массой $0 < m(\chi) < \infty$ во внутренней области шара $(\chi_0 \leq \chi < -\infty)$ обсуждались в [4].

зять всю массу покоя любого количества материи и полностью высвободить ее энергетический эквивалент.

Автор благодарит Л.Э.Гуревича, Э.Б.Глинера, А.Г.Дорошкевича, Я.Б.Зельдовича, И.Д.Новикова за обсуждение.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
20 сентября 1968 г.

Литература

- [1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М., Изд. Наука, 1967.
- [2] Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков. Релятивистская астрофизика. М., Изд. Наука, 1967.
- [3] H. Bondi. Month. Not. RAS, 107, 410, 1947.
- [4] И.Д.Новиков. Сообщения ГАИШ, № 132, 3, 1963.
- [5] А.С.Компанеец, А.С.Чернов. ЖЭТФ, 47, 1939, 1964.
- [6] R. Kautowski, R. K. Sachs. J. Math. Phys., 7, 443, 1966.
- [7] M. D. Kruskal. Phys. Rev., 119, 1743, 1960.
- [8] Дж. Уилер. Гравитация, нейтрино и Вселенная. ИЛЛ, 1962.