

Об усилении продольных ультразвуковых волн движением вихревой структуры в сверхпроводниках второго рода

Е. Д. Гутлянский¹⁾

Институт физики Ростовского государственного университета, 344010 Ростов-на-Дону, Россия

Поступила в редакцию 24 ноября 2004 г.

После переработки 26 апреля 2005 г.

Движущаяся вихревая структура может усиливать (генерировать) продольные ультразвуковые волны при скоростях движения, больших некоторой критической скорости. Величина этой критической скорости определяется логарифмической производной коэффициента вязкости вихревой структуры по магнитному полю и может быть гораздо меньше скорости звука. Этот эффект, в частности, дает альтернативное объяснение природы плато на вольт-амперной характеристике сверхпроводящих мостиков в перпендикулярном магнитном поле (S. G. Doettinger et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 1691 (1994)).

PACS: 72.50.+b, 74.40.+k, 74.60.Ec

Известно, что если волны в какой-либо физической системе взаимодействуют с движущимися объектами, существующими в этой системе, и скорость этих объектов превышает фазовую скорость этих волн, то наблюдается эффект усиления волн. Примерами таких систем являются лампа бегущей волны [1] (усиление электромагнитной волны) и пьезополупроводник (усиление ультразвуковой волны [2]); в обоих случаях усиление возникает в результате взаимодействия волн с электронным потоком. Недавно мы показали [3], что вихревая структура сверхпроводника, движущаяся со скоростью, большей скорости звука, может усиливать продольные ультразвуковые волны.

Цель предлагаемой работы – показать, что сверхпроводники с движущейся вихревой структурой дают пример системы, нарушающей расхожее представление о том, что для возникновения эффекта усиления волн обязательно нужно иметь подсистему, движущуюся со скоростью, большей фазовой скорости этих волн. Ниже мы покажем, что эффект усиления (генерации) продольных ультразвуковых волн (УЗ) в таких сверхпроводниках может наблюдаться и при скоростях движения вихревой структуры гораздо меньших скорости этих волн. И что этот эффект позволяет по-новому интерпретировать природу плато на вольт-амперной характеристике (ВАХ) сверхпроводящих мостиков наблюдавшемуся в целом ряде работ, см., например, [4, 5].

Исследованию взаимодействия ультразвуковых волн с покоящейся вихревой структурой посвящено большое количество работ [6–15]. В [8, 20] было

показано, что ультразвуковая волна может увлекать вихревую структуру. Это явление наблюдалось также и экспериментально [17–19].

Перейдем теперь к выводу уравнений движения вихревой структуры сверхпроводника. Градиентно-инвариантное выражение для тока \mathbf{J}_s сверхтекучей электронной жидкости в лабораторной системе отсчета имеет вид

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{\lambda_L^2 \mu_0} \left(\frac{\phi_0}{2\pi} \nabla \Phi - \mathbf{A} \right); \quad (1)$$

здесь Φ и \mathbf{A} – фаза параметра порядка и векторный потенциал, ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, \mathbf{B} – индукция магнитного поля), λ_L , ϕ_0 , μ_0 – лондоновская глубина проникновения, квант магнитного потока и магнитная постоянная, соответственно. Далее умножим векторно уравнение (1) на оператор ∇ , получим

$$\nabla \times \mathbf{J}_s = \frac{1}{\lambda_L^2 \mu_0} \left(\frac{\phi_0}{2\pi} \nabla \times \nabla \Phi - \nabla \times \mathbf{A} \right). \quad (2)$$

Теперь введем вектор индукции вихревой решетки \mathbf{B}_v , по модулю равный $\phi_0 n_v$, где n_v есть двухмерная плотность вихрей – количество вихрей на единицу площади в плоскости, перпендикулярной к вихревым линиям, а его направление определяется вектором, касательным к вихревой линии. В присутствии вихрей фаза параметра порядка – функция многозначная, и циркуляция фазы по некоторому замкнутому контуру l определяется числом вихрей, проходящих внутри контура

$$\frac{\phi_0}{2\pi} \int \nabla \Phi dl = \int \mathbf{B}_v ds,$$

¹⁾e-mail: gutlian@ip.rsu.ru

где $\int ds$ – интеграл по поверхности, натянутой на контур l . В соответствии с теоремой Стокса это выражение можно переписать следующим образом:

$$\frac{\phi_0}{2\pi} \int \nabla \times \nabla \Phi ds = \int \mathbf{B}_v ds,$$

откуда в силу произвольности контура имеем: $\frac{\phi_0}{2\pi} \nabla \times \nabla \Phi = \mathbf{B}_v$. Для дальнейшего нам необходимо выразить уравнение (2) в терминах макроскопической электродинамики, и для этой цели запишем уравнение для полного тока в лабораторной системе координат, которое в рамках наших основных предположений будет иметь вид

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_s - qn_s \dot{\mathbf{U}}; \quad (3)$$

здесь $-qn_s \dot{\mathbf{U}}$ – ток, создаваемый движением ионной решетки в лабораторной системе координат, а \mathbf{U} – вектор деформации ионной решетки.

Подставляя (3) в (1) и учитывая уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad (5)$$

после простых преобразований получим

$$\mathbf{B} - \lambda_L^2 \nabla^2 \mathbf{B} + \frac{m}{q} \nabla \times \dot{\mathbf{U}} = \mathbf{B}_v. \quad (6)$$

Дифференцируя уравнение (6) по времени и учитывая уравнение непрерывности для \mathbf{B}_v ,

$$\partial \mathbf{B}_v / \partial t = \nabla \times (\dot{\mathbf{W}} \times \mathbf{B}_v), \quad (7)$$

преобразуем ур.(6) к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\lambda_L^2 \nabla^2 \mathbf{B} + \mathbf{B} + \frac{m}{q} \nabla \times \dot{\mathbf{U}} \right) = \nabla \times (\dot{\mathbf{W}} \times \mathbf{B}_v); \quad (8)$$

здесь $\dot{\mathbf{W}}$ – локальная скорость вихревой решетки. Это уравнение, полученное другим способом, использовалось нами для построения теории акустоэлектрического эффекта [20].

Ниже, для определенности, мы будем рассматривать однородный и изотропный сверхпроводник, помещенный во внешнее магнитное поле, направленное в отрицательном направлении оси z , которое создает в нем в отсутствие ультразвуковой (УЗ) волны индукцию $\mathbf{B}_v = \mathbf{B}_0$. В нем распространяется продольная УЗ волна в положительном направлении оси y и

имеет вид $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \cdot \exp(i\mathbf{k}y - i\omega t)$, \mathbf{k} – волновой вектор, $\omega = 2\pi f$, f – частота УЗ волны и имеется вихревая структура, движущаяся со скоростью \mathbf{V} в направлении распространения УЗ волны. Распространяющаяся УЗ волна порождает колебания плотности вихревой структуры ΔB_v относительно ее равновесного значения \mathbf{B}_0 , определяемого внешним магнитным полем. Ниже мы будем предполагать, что \mathbf{B}_0 от координат не зависит²⁾. Поэтому \mathbf{B}_v мы представим в виде суммы: $\mathbf{B}_v = \mathbf{B}_0 + \Delta \mathbf{B}_v$, а локальную скорость движения вихревой структуры в виде $\dot{\mathbf{W}} = \mathbf{V} + \dot{\mathbf{W}}'$; здесь \mathbf{V} , $\dot{\mathbf{W}}'$ – постоянная (скорость движения вихревой структуры как целого) и переменная составляющие скорости вихревой структуры, соответственно. Подставляя теперь эти определения в уравнение (8) и учитывая, что все дальнейшее рассмотрение будет проводиться для гармонических волн, получим

$$\mathbf{B} - \lambda_L^2 \nabla^2 \mathbf{B} = -\frac{m}{q} \nabla \times \dot{\mathbf{U}} + \nabla \times (\mathbf{W}' \times \mathbf{B}_0) + \frac{1}{-i\omega} \nabla \times (\mathbf{V} \times \Delta \mathbf{B}_v). \quad (9)$$

Решая уравнение (9) относительно \mathbf{B} и используя уравнение (5), получим выражение для полного тока, индуцированного движением вихревой структуры и колебаниями ионной решетки сверхпроводника:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0 (1 + (\lambda_L k)^2)} \times \left[(\mathbf{W}' \times \mathbf{B}_0) k^2 - \frac{1}{i\omega} (\mathbf{V} \times \Delta \mathbf{B}_v) k^2 \right]. \quad (10)$$

Запишем теперь локальное уравнение движения вихревой структуры (мы пренебрегаем инерционной массой вихря), которое следует из условия баланса сил: $\mathbf{F}_{fr} = \mathbf{F}_L$; здесь $\mathbf{F}_L = \mathbf{J}'_s \times \mathbf{B}_v$ – сила Лоренца, а $\mathbf{F}_{fr} = \eta(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) - \tilde{\eta}(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) \times \mathbf{B}_v$ – сила трения вихревой структуры о кристаллическую решетку сверхпроводника, \mathbf{J}'_s – плотность тока в локальной системе координат, связанной с вихревой структурой. Принимая во внимание, что $\mathbf{J}'_s = (\mathbf{J}_s - qn_s \dot{\mathbf{W}})$, получим уравнение движения вихревой структуры

$$\eta(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) - \tilde{\eta}(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) \times \mathbf{B}_v = (\mathbf{J}_s - qn_s \dot{\mathbf{W}}) \times \mathbf{B}_v, \quad (11)$$

где η , $\tilde{\eta}$ – коэффициенты продольной и поперечной вязкости вихревой структуры, соответственно. При-

²⁾Условием независимости \mathbf{B}_0 от y в случае объемных сверхпроводников является выполнение критерия $\mu_0 J_{c1} / B_0 f \ll 1$. Для пленок разгон вихревой структуры осуществляется лондоновскими токами и поэтому есть ограничение на толщину пленки – она должна быть меньше или равна λ_L .

чем $\tilde{\eta} = (q/h) \cdot \eta'$, η' – коэффициент поперечной вязкости для одного вихря. Уравнение (11) удобно переписать в виде

$$\eta(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) + \alpha(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) \times \dot{\mathbf{B}}_v = \mathbf{J} \times \dot{\mathbf{B}}_v, \quad (12)$$

где $\alpha = qn_s - \tilde{\eta}$.

Уравнения (3), (7), (10) и (12) полностью описывают движение вихревой структуры. Для полного описания рассматриваемой задачи к этим уравнениям необходимо добавить уравнение движения ионной решетки сверхпроводника:

$$\rho \ddot{\mathbf{U}} = \rho \cdot c_t^2 \Delta \mathbf{U} + \rho(c_t^2 - c_l^2) \text{grad div } \mathbf{U} - qn_s \dot{\mathbf{U}} \times \mathbf{B} - qn_s \mathbf{E} + \mathbf{F}_{fr}, \quad (13)$$

где ρ – плотность сверхпроводника, c_l, c_t – скорость продольной и поперечной УЗ волн в отсутствие вихревой структуры. В этом уравнении третий и четвертый члены описывают действие электрического и магнитного полей на ионную решетку сверхпроводника, а пятый член – действие сил трения. Для решения задачи о взаимодействии движущейся вихревой структуры с колебаниями вихревой решетки необходимо найти связь между вектором деформации ионной решетки и вектором деформации вихревой решетки. Это можно сделать, линеаризуя уравнение (11). При линеаризации, в отличие от работ [3–16, 20, 21], мы учтем зависимость коэффициента вязкости η от B_v и разложим $\eta(B_v)$ в ряд Тейлора в точке B_0 с точностью до членов второго порядка малости по ΔB_v : $\eta = \eta_0 + \eta_{,B} \cdot \Delta B_v$, где $\eta_0 = \eta(B_0)$ – нулевой порядок в разложении коэффициента вязкости по колебаниям плотности вихревой структуры, а $\eta_{,B} = (d\eta(B_v)/dB_v)_{B_0}$. Далее мы будем рассматривать случай грязного сверхпроводника и полагать, что сила Магнуса компенсируется силами поперечного трения: $\alpha = qn_s - \tilde{\eta} = 0$ (это предположение означает, что мы пренебрегаем эффектом Холла). В результате мы получаем два уравнения:

$$\eta_0 \mathbf{V} = \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}_0, \quad (14)$$

$$\eta_0 (\dot{\mathbf{W}}' - \dot{\mathbf{U}}) + \eta_{,B} \Delta B \cdot \mathbf{V} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \Delta \mathbf{B}_v. \quad (15)$$

Уравнение (14) позволяет найти ток, который необходимо пропускать сквозь сверхпроводник, чтобы разогнать вихревую структуру до скорости V . Уравнение (15) описывает колебания вихревой решетки и ее взаимодействие с УЗ волной. Используя локальное уравнение непрерывности, можно найти $\Delta \mathbf{B}_v$:

$$\Delta \mathbf{B}_v = -\frac{i\omega \mathbf{k} (\mathbf{W}' - \mathbf{U})}{\omega - Vk} \mathbf{B}_0. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (15) и в (10), а (10) в (15), получим

$$\eta_0 (\dot{\mathbf{W}}' - \dot{\mathbf{U}}) = -Dk^2 \mathbf{W}' + \frac{1}{i\omega} \frac{Vk}{\omega - Vk} (Dk^2 + i\omega\beta\eta_0) (\dot{\mathbf{W}}' - \dot{\mathbf{U}}); \quad (17)$$

здесь $D = B_0^2/\mu_0(1 + \lambda_L^2 k^2)$, а $\beta = 1 - \eta_{,B} \cdot B_0/\eta_0$, отметим, что $D \approx C_{11}$, C_{11} – продольный упругий модуль вихревой решетки [6]. Отметим, что если положить $V = 0$, то уравнение (17) совпадает с уравнением движения вихревой структуры, предложенным в известной работе [6], и, следовательно, с законом дисперсии для собственных колебаний вихревой решетки, полученных в работах [11, 13].

Решая уравнение (17) совместно с линеаризованным уравнением (13) и уравнениями (3)–(5), получим для относительного изменения скорости $\Delta c_l/c_l$ и дополнительного затухания α_{at} продольной волны, за счет взаимодействия с вихревой структурой, выражения

$$\frac{\Delta c_l}{c_l} = \frac{1}{2} \left(1 - \beta \frac{V}{c_l}\right) \left(1 - 2\gamma \frac{V}{c_l}\right) \frac{\omega^2}{\rho c_l^2} \times \frac{D}{\left(1 - 2\gamma \frac{V}{c_l}\right)^2 \omega^2 + X^2}, \quad (18)$$

$$\alpha_{at} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\rho c_l^3} \left(1 - \beta \frac{V}{c_l}\right) D \frac{X}{\left(1 - 2\gamma \frac{V}{c_l}\right)^2 \omega^2 + X^2}, \quad (19)$$

здесь

$$X = \frac{D}{\eta_0} k^2, \quad D = B_0^2/\mu_0(1 + \lambda_L^2 k^2), \quad \gamma = 1 + \frac{1}{2} \frac{\eta_{,B} \cdot B_0}{\eta_0}.$$

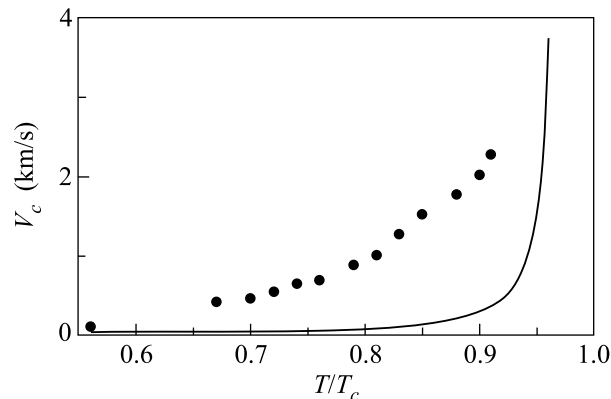
Из выражений (18), (19) можно видеть, что существуют две аномальные точки в коэффициенте затухания и в относительном изменении скорости звука, а именно: значение $V = \frac{c_l}{2\gamma}$ и $V = \frac{c_l}{\beta}$. При $V = \frac{c_l}{2\gamma}$ изменяется знак относительного изменения скорости звука, и возникает аномальное затухание за счет взаимодействия с вихревой структурой. Это связано с возникновением новой коллективной моды вихревой структуры. Эта мода существует только в движущейся вихревой структуре. При скорости вихревой структуры, большей критической скорости $V_c = \frac{c_l}{\beta}$, будет наблюдаться усиление УЗ волн. Генерация возникает в результате усиления продольных УЗ волн (ПУЗВ), возникающих в результате тепловых флуктуаций. Эффект генерации ПУЗВ будет, в частности, проявляться в виде плато на ВАХ при достижении вихревой структурой этой скорости. Сравнение полученных результатов с результатами работ

[3–16, 20, 21] показывает, что учет зависимости коэффициента вязкости от плотности вихревой структуры приводит к перенормировке величины скорости вихревой структуры, при которой возможно наблюдение аномального роста затухания ультразвука и ее критической скорости, при которой возможно усиление ультразвука. Как следует из полученных результатов, критическая скорость вихревой структуры, в том смысле будет ли эта скорость больше или меньше скорости УЗ волн в сверхпроводнике, зависит от знака производной коэффициента вязкости. В частности, в той области полей и температур, где коэффициент вязкости пропорционален B_v , эффекта усиления (генерации) УЗ волн вообще не будет. Из физических соображений можно ожидать, что производная коэффициента вязкости будет отрицательна при достаточно большой плотности вихревой структуры либо большой скорости. Поэтому критическая скорость, при которой будут наблюдаться вышеуказанные эффекты, будет меньше скорости звука.

В целом ряде работ, см., например, [4, 5], на пленках как низкотемпературных сверхпроводников [4], так и на ВТСП было обнаружено плато на ВАХ, которое возникало, как только скорость вихревой структуры достигала некоторой критической величины. Это явление интерпретировалось на основе эффекта Ларкина и Овчинникова [22]. Как следует из вышеприведенного рассмотрения при превышении скорости вихревой структуры значения c_l/β , вихревая структура начнет генерировать УЗ волны и этот эффект тоже должен появиться в значительном уменьшении угла наклона ВАХ сверхпроводника. Поэтому не исключена возможность того, что в некоторых экспериментах по измерению ВАХ, помимо эффекта [22], может проявляться предложенный нами эффект. Чтобы проверить эту гипотезу экспериментально, нужно при снятии ВАХ померить акустическую эмиссию, которая должна сопровождать выход на плато ВАХ.

Ниже в качестве иллюстрации вышеизложенной точки зрения проинтерпретируем результаты экспериментальной работы [5]. В этой работе ВАХ снималась на пленочном мостике YBaCuO, нанесенном на подложку из MgO. Мы предположим, что плато ВАХ начинается, как только критическая скорость вихревой структуры совпадет со скоростью поверхностной акустической волны (ПАВ) на этой подложке, оценим критическую скорость и сопоставим полученный результат с экспериментальным значением критической скорости. Для оценки мы используем эмпирическую формулу Тинхама [23] для удельного сопротивления сверхпроводника в смешанном

состоянии YBaCuO: $r = r_0 I_0^{-2} (\gamma_0/2)$, $\gamma_0 = 1/2 \times 10^3 (1-t)^{3/2} B^{-1}$, $t = T/T_c$; здесь T – абсолютная температура, T_c – температура перехода в сверхпроводящее состояние, а коэффициент вязкости в TAFF режиме имеет вид $\eta = B^2/r$. Скорость ПАВ для MgO $5 \cdot 10^3$ м/с [24]. Величину внешнего магнитного поля мы взяли 1.8 Тл. На рисунке точками показаны экспериментальные значения критической скорости [5].



Зависимость критической скорости вихревой структуры от относительной температуры при индуктивности внешнего магнитного поля 1.8 Тл. Точками показаны экспериментальные результаты работы [5]. Сплошная кривая — результат нашего расчета

Учитывая тот факт, что для расчета мы использовали эмпирическое значение удельного сопротивления, полученного для объемных сверхпроводников с вихревой структурой, движущейся с малой скоростью, можно считать согласие с экспериментом удовлетворительным.

Таким образом, из вышеизложенного следует: 1) что движущаяся вихревая структура может усиливать или генерировать ультразвуковые волны при скоростях движения, гораздо меньших скорости УЗ волн, и эта скорость определяется логарифмической производной ее коэффициента вязкости по магнитной индукции в отличие от результата работы [3]; 2) этот эффект может проявляться в виде плато на ВАХ сверхпроводящих пленок в смешанном состоянии и, возможно, уже наблюдался в работе [5]; 3) начиная с момента выхода ВАХ на плато, должна наблюдаться акустическая эмиссия.

Работа в этом направлении начата при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 01-02-17037, и в настоящее время поддерживается этим фондом, грант # 05-02-16959. Автор благодарен В. П. Сахненко и В. М. Винокуру за обсуждение результатов работы.

1. Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Лекции по СВЧ электронике для физиков*, М.: Физматлит, 2003.
2. A. R. Hutson, J. H. Mc Fee, and D. L. White, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 237 (1961).
3. E. D. Gutliansky, *Phys. Rev. B* **66**, 52511 (2002).
4. Л. Е. Мусиенко, И. М. Дмитриенко и др., *Письма в ЖЭТФ* **31**, 603 (1980).
5. S. G. Doettinger, R. P. Huebener et al., *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1691 (1994).
6. J. Pankert et al., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3052 (1990).
7. Е. Д. Гутлянский, *ФНТ* **18**, 428 (1992).
8. Е. Д. Гутлянский, *Письма в ЖЭТФ* **59**, 459 (1994).
9. E. D. Gutliansky, *Physica C* **235-240**, 2080 (1994).
10. E. D. Gutliansky and T. V. Kolesnikova, *Physica C* **235-240**, 2078 (1994).
11. G. Blatter and B. Ivlev, *Phys. Rev. B* **52**, 4588 (1995).
12. D. Dominguez, B. Bulaevskii, B. Ivlev et al., *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2579 (1995).
13. D. Dominguez, B. Bulaevskii, B. Ivlev et al., *Phys. Rev.* **51**, 15649 (1995).
14. D. Dominguez et al., *Phys. Rev. B* **53**, 6682 (1996).
15. Е. Д. Гутлянский, *ФТТ* **38**, 1341 (1996).
16. Е. Д. Гутлянский, *ФТТ* **45**, 773 (2003).
17. Н. В. Заварицкий, *Письма в ЖЭТФ* **57**, 695 (1993).
18. Ю. В. Илисавский, Э. З. Якхинд и др., *Письма в ЖЭТФ* **52**, 1138 (1991).
19. Ю. В. Илисавский, Э. З. Якхинд и др., *ФТТ* **33**, 824 (1991).
20. Е. Д. Гутлянский, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 222 (1998).
21. E. V. Sonin, *Phys. Rev. B* **55**, 485 (1997).
22. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, *ЖЭТФ* **68**, 1915 (1975).
23. M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1658 (1988).
24. А. А. Блистанов, В. С. Бондаренко и др. *Акустические кристаллы*, М.: Наука, 1982.