

Фонон-плазмонные связанные моды в гетеро-сверхрешетках

Л. А. Фальковский*, Е. Ж. Мищенко^{+*}

*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 117334 Москва, Россия

⁺Department of Physics, University of Utah, Salt Lake City, UT 84112 USA

Поступила в редакцию 26 мая 2005 г.

После переработки 20 июня 2005 г.

Рассмотрен спектр связанных фонон-плазмонных мод в мезоскопической системе тонких проводящих плоскостей, отделенных диэлектрическими слоями. Рассчитан коэффициент отражения от такого образца в инфракрасной области. Минимумы коэффициента отражения определяются частотами продольных и поперечных фононов в диэлектрических прослойках, а также ван-хововскими особенностями связанных мод. Измерение дифференциального сечения рамановского рассеяния позволяет непосредственно находить спектр этих мод.

PACS: 63.20.—e, 78.30.—j

Многолетний интерес к кристаллическим системам с искусственно выращенными сверхрешетками вызывается, в частности, их необычными электронными свойствами. И поскольку частота прямых электронных переходов в наиболее популярном материале на основе GaAs равна 1.5 эВ, то есть лежит в оптической области, огромное большинство экспериментальных работ посвящено электронным и экситонным состояниям именно в этой области (см., например, 1).

Однако необычными свойствами обладают и бозевские ветви спектра, что обусловлено двумерным характером этих систем [2]. Так, спектр плазмонов в них не имеет щели и должен пересекаться с ветвями оптических фононов, что и определяет сильное взаимодействие фононных и плазмонных ветвей. Свойства этих ветвей проявляются наиболее ярко в оптике инфракрасного диапазона, соответствующем частоте оптических фононов, то есть порядка 40 мэВ. Они же могут изучаться и в рамановском рассеянии лазерного излучения. И хотя плазмонные и связанные фонон-плазмонные моды и наблюдаются в обычных рамановских экспериментах [3], нам не известны такие же эксперименты со сверхрешетками. Исключением является работа [4], где изучался коэффициент прохождения инфракрасного излучения через образец со сверхрешеткой GaAs/AlAs в магнитном поле.

В данной работе получены простые формулы для коэффициента отражения, а также сечения рамановского рассеяния от модельной периодической сверхструктуры, в которой электронные слои можно считать проводящими плоскостями, тонкими по сравнению как с толщиной диэлектрических прослоек, так и с длиной волны электронов. Мы предполагаем

при этом, что носители заряда занимают лишь одну из подзон приповерхностного квантования (эффекты размытия электронной плотности рассматривались в работе [5]), а переходы в другие подзоны существенно не меняют рассматриваемую картину.

1. Спектр связанных фонон-плазмонных мод. Итак, рассмотрим диэлектрик типа GaAs, в который включены на равном расстоянии d параллельные тонкие проводящие плоскости. На практике такие плоскости создаются посредством гетероперехода GaAs/AlGaAs. В диэлектрике имеется два атома на элементарную ячейку и, следовательно, две оптические поперечные моды с частотой ω_{TO} в центре зоны Бриллюэна и одна продольная ω_{LO} . Дисперсией этих мод мы будем пренебрегать, поскольку нас интересуют волновые векторы, малые по сравнению с размерами зоны. В этом случае продольная компонента диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} \frac{\omega_{\text{LO}}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}{\omega_{\text{TO}}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma},$$

где ширина оптических фононов имеет порядок $\Gamma \sim 10^{-2}\omega_{\text{LO}}$.

Уравнение Максвелла для рассматриваемой системы записывается в виде

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mathbf{E} + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}, \quad (1)$$

причем у тока существует только параллельная слоям x -компонента

$$j_x(\omega, k_x, z) = \frac{-i\alpha(\omega, k_x)\omega}{4\pi k_x} \sum_n \delta(z - nd) E_x(\omega, k_x, z),$$

а у поля – компоненты E_x и E_z ; ось z – предполагается направленной перпендикулярно слоям. Мы рас-

смаатриваем случай p -поляризации, когда поле в реальном пространстве зависит от координат x и z , и поэтому разложили ток и поле в интеграл Фурье по координате x .

Электронную поляризуемость слоев $\alpha(\omega, k_x)$ можно вычислить либо с помощью RPA [6], либо при $k v \ll \omega$ и $k \ll p_F$ (этим случаем мы здесь ограничимся) с помощью кинетического уравнения

$$\alpha(\omega, k_x) = -\kappa_0 \varepsilon_\infty k_x v^2 / \omega^2.$$

Здесь $\kappa_0 = 2\pi e^2 \nu / \varepsilon_\infty$ – длина экранировки, v – фермиевская скорость и $\nu = m / \pi$ – плотность состояний. Электронную частоту столкновений γ можно учитывать качественно путем замены $\omega \rightarrow \omega + i\gamma$.

Уравнение Максвелла переписывается для x -компоненты поля в виде

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \kappa^2 - C \sum_n \delta(z - nd) \right) E_x(\omega, k_x, z) = 0, \quad (2)$$

где

$$C = \frac{\kappa^2 \alpha(\omega, k_x)}{k_x \varepsilon(\omega)}, \quad \kappa = \sqrt{k_x^2 - \omega^2 \varepsilon(\omega) / c^2}.$$

Два независимых решения этого дифференциального уравнения можно записать в блоховском виде:

$$f_{1,2}(z) = e^{\pm i k_z n d} \{ \sinh \kappa(z - nd) - e^{\mp i k_z d} \sinh \kappa[z - (n+1)d] \} \quad (3)$$

в области $nd < z < (n+1)d$, а квазиимпульс k_z определяется из дисперсионного уравнения

$$\cos k_z d = \cosh \kappa d + \frac{C}{2\kappa} \sinh \kappa d, \quad (4)$$

причем для вещественных параметров достаточно брать его значения из половины первой зоны Бриллюэна $0 < k_z < \pi/d$. Поскольку мы принимаем во внимание фоновое и электронное затухания, фиксируем выбор собственных решений (3) условием $\text{Im } k_z > 0$ так, что f_1 убывает в направлении z .

Собственные частоты связанных фоновых-плазменных мод как функции k_x для двух фиксированных значений $k_z = 0, \pi/d$ показаны на рис.1. Подчеркнем, что, как видно из рисунка, точка $k_x = k_x = 0$ является седловой: обе собственные частоты в окрестности этой точки растут как функции k_x и убывают с ростом k_z .

2. Коэффициент отражения от решетки гетеропереходов. Вычислим коэффициент отражения для излучения, падающего из вакуума на полубесконечную систему слоев. Будем предполагать,

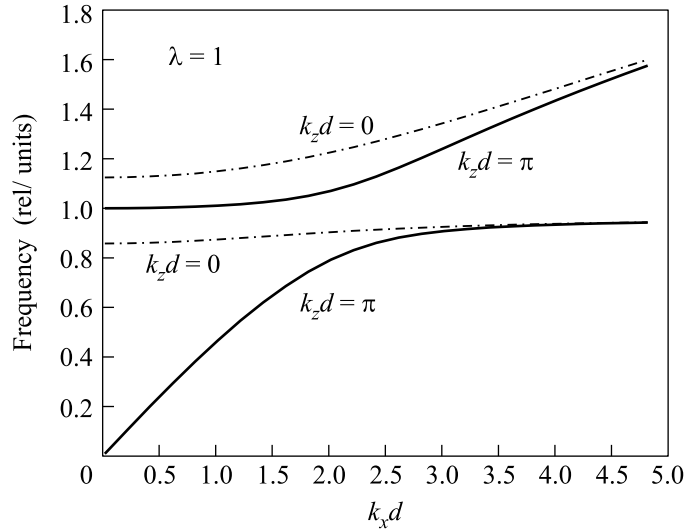


Рис.1. Дисперсия фоновых-плазменных связанных мод в системе проводящих плоскостей, отделенных диэлектрическими прослойками; константа фоновых-плазменной связи выбрана: $\lambda = (\kappa_0 v^2 / d)^{1/2} / \omega_{LO} = 1$. Частота (в единицах ω_{LO}) изображена в зависимости от волнового вектора k_x в плоскости слоев при двух значениях квазиимпульса k_z . Использованы значения параметров, известные для GaAs: $\omega_{LO} = 36.5$ мэВ, $\omega_{TO} = 33.6$ мэВ, $\kappa_0 = 2.5 \cdot 10^6$ см $^{-1}$; выбрана величина периода решетки $d = 1/\kappa_0$.

что граница образца параллельна слоям и пересекает ось z в точке z_0 , лежащей между 0 и d . Внутри образца поле должно описываться убывающим решением f_1 , а вне – суммой падающей и отраженной волн с фиксированным значением волнового вектора k_x , параллельного слоям. Из условия непрерывности касательных компонент электрического и магнитного полей находим, что коэффициент отражения

$$R = |A|^2 = \left| \frac{\kappa^2 Z - i k_z^i \varepsilon(\omega)}{\kappa^2 Z + i k_z^i \varepsilon(\omega)} \right|^2$$

выражается через импеданс, определяемый отношением поля и его производной на внутренней поверхности образца

$$Z = E_x(z_0+) / E_x'(z_0+),$$

k_z^i – проекция волнового вектора падающей волны в вакууме.

Решение f_1 (3), дает

$$Z = f_1(z_0+) / f_1'(z_0+) = \frac{\sinh \kappa z_0 - e^{-i k_z d} \sinh \kappa(z_0 - d)}{\kappa [\cosh \kappa z_0 - e^{-i k_z d} \cosh \kappa(z_0 - d)]}.$$

Вычисленный коэффициент отражения показан на рис.2, 3 для двух решеток с различным периодом.

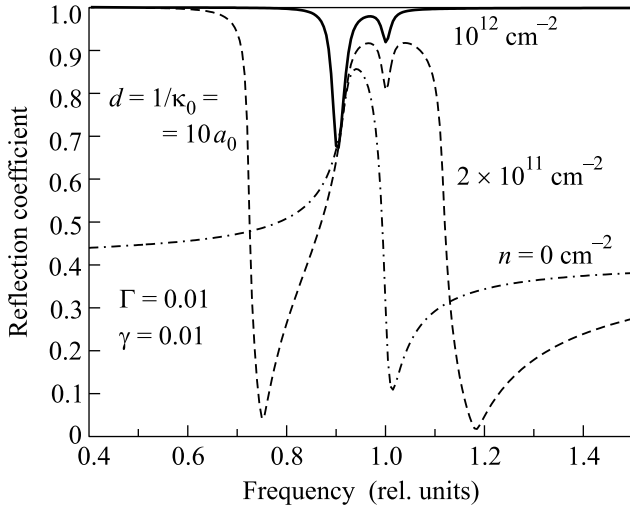


Рис.2. Коэффициент отражения от сверхрешетки в зависимости от частоты (в ед. ω_{LO}) при угле падения $\pi/4$. Концентрация электронов на проводящем гетеропереходе указана рядом с кривыми, период решетки выбран $d = 1/\kappa_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ см, фононная ширина – Γ (в ед. ω_{LO}), частота релаксации носителей – γ

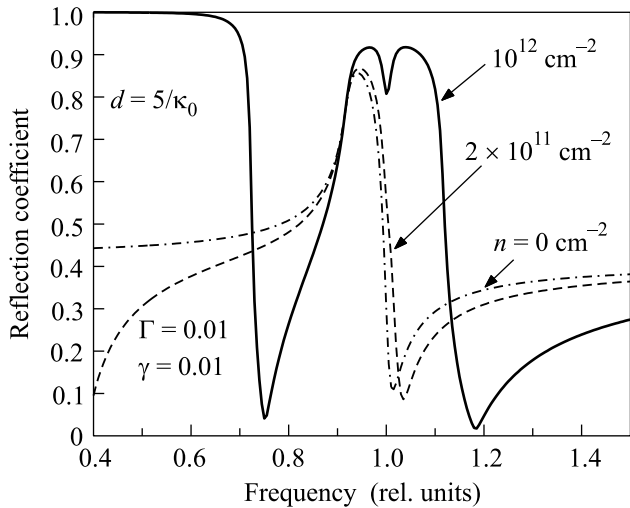


Рис.3. То же, что и на рис.2, но для большего периода решетки

Характерные значения параметра $\kappa \sim \omega_{LO}/c$ оказываются для рассматриваемых частот малыми по сравнению с $1/d$. Поэтому длина волны $\lambda \sim 2\pi/\kappa_z$ является большой по сравнению с периодом решетки. Естественно, в этом случае коэффициент отражения не зависит от положения границы образца z_0 . Для образца без проводящих плоскостей коэффициент отражения показан штрих-пунктирной кривой – имеется особенность при ω_{LO} . Похожая зависимость наблюдалась в работе [7]. Для $d = 1/\kappa_0$ и промежуточной электронной концентрации в слое (штриховая

кривая), образец с проводящими плоскостями оказывается более прозрачным в двух областях – при высоких частотах, а также ниже $\omega_{TO} = 0.9\omega_{LO}$. Это эффект связанных мод – минимумы здесь соответствуют седловым точкам каждой моды. Для большей электронной концентрации (верхняя сплошная кривая) отражение является не полным только в узком интервале, ограниченном особенностями при ω_{TO} и ω_{LO} . Наконец, коэффициент отражения на низких частотах стремится к единице, поскольку скин-глубина растет и образец приобретает металлические свойства. На решетке с большим периодом $d = 5/\kappa_0$ (см. рис.3) эффект носителей более заметен при их большей концентрации.

3. Рамановское рассеяние от сверхрешетки

Рассмотрим теперь рамановское рассеяние излучения, падающего из вакуума с векторным потенциалом \mathbf{A}^i и волновым вектором \mathbf{k}^i . Соответствующие величины в рассеянной волне обозначим посредством \mathbf{A}^s и \mathbf{k}^s .

Помимо этих двух полей, в полярных кристаллах с продольными оптическими колебаниями \mathbf{u} связано поле \mathbf{E} той же частоты ω . Эти величины (\mathbf{u} и \mathbf{E}) описывают возбуждение плазмона и фонона при неупругом рассеянии, и им соответствуют две тензорные вершины g_{ijk}^u и g_{ijk}^E в гамильтониане рамановского рассеяния:

$$\mathcal{H} = \int d^3r \mathcal{N}_{jk}(t, \mathbf{r}) A_j^s(t, \mathbf{r}) A_k^i(t, \mathbf{r}). \quad (5)$$

Оператор

$$\mathcal{N}_{jk}(t, \mathbf{r}) = g_{ijk}^u \hat{u}_i(t, \mathbf{r}) + g_{ijk}^E E_i(t, \mathbf{r}) \quad (6)$$

линеен по фононным и фотонным операторам \mathbf{u} и \mathbf{E} .

Амплитуда рассеяния представляет собой матричный элемент от гамильтониана (5), а сечение дается его квадратом, усредненным по основному состоянию. Здесь проще всего воспользоваться флуктуационно-диссипационной теоремой, согласно которой это среднее выражается через отклик системы на обобщенную силу, в качестве которой выступает произведение

$$\begin{aligned} & A_j^s(\omega^s, \mathbf{k}^s, z) A_k^i(\omega^i, \mathbf{k}^i, z) = \\ & = U_{jk}(\omega = \omega^i - \omega^s, \mathbf{k} = \mathbf{k}^i - \mathbf{k}^s, z) \sim e^{iq_z z}, \end{aligned}$$

где $q_z = k_z^i + k_z^s$. В уравнениях движения появляются члены, пропорциональные этой силе. Например, они возникают в дополнение к силе со стороны поля $E_i(\omega, \mathbf{k}_x, z)$ в уравнениях

$$\begin{aligned} & (-\omega^2 + \omega_{TO}^2 - i\omega\Gamma) u_i(\omega, \mathbf{k}_x, z) = \\ & = \frac{Z}{\rho} E_i(\omega, \mathbf{k}_x, z) - \frac{g_{ijk}^u}{\rho} U_{jk}(\omega, \mathbf{k}_x, z), \end{aligned} \quad (7)$$

описывающих фононную систему; здесь ρ – плотность приведенной массы, Z – эффективный заряд.

Аналогичное слагаемое, но с вершиной g_{ijk}^E , появляется и в уравнении Максвелла (2). Это уравнение можно существенно упростить в рассматриваемом случае, когда $k_x, k_z, q_z \sim \omega^i/c$ определяются частотой падающего излучения, а переданная частота мала, $\omega \ll \omega^i$. Благодаря этому при расчете отклика мы пренебрежем членами ω/c по сравнению с k и введем потенциал, $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. Для потенциала получается уравнение (2), в правой части которого возникает вынуждающая сила

$$-4\pi i(k_x \tilde{g}_{xjk} + k_z \tilde{g}_{zjk})U_{jk}(\omega, k_x, z),$$

где

$$\tilde{g}_{ijk} = g_{ijk}^E + \frac{g_{ijk}^u Z/\rho}{\omega_{\Gamma 0}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}.$$

Решение этого уравнения записывается с помощью гриновской функции $G(z, z')$:

$$\phi(\omega, k_x, z) = -4\pi i(k_x \tilde{g}_{xjk} + k_z \tilde{g}_{zjk}) \times \int_{z_0}^{\infty} dz' G(z, z') U_{jk}(\omega, k_x, z'), \quad (8)$$

которая выражается через решения (3):

$$G(z, z') = \frac{i}{2\kappa \sin(k_z d) \sinh(\kappa d)} \begin{cases} f_1(z) f_2(z'), & z > z' \\ f_2(z) f_1(z'), & z < z' \end{cases}, \quad (9)$$

и в нашем приближении $\kappa = k_x$.

Учтем теперь, что в кристалле с симметрией T_d у тензора третьего ранга есть всего две независимые компоненты (в осях симметрии кристалла): g_{xxx} и g_{xyz} . Пусть падающее поле распространяется в направлении z и поляризовано по x , а xz -плоскость рассеяния. Тогда x – компоненту рассеянного поля возбуждают (благодаря вершине g_{xxx}) фонон-плазмонные колебания, поляризованные тоже в направлении x , – геометрия рассеяния (а). И напротив, для рассеянного поля, направленного по оси y , активны (благодаря вершине g_{xyz}) колебания вдоль z – геометрия (б). Таким образом, для обобщенной восприимчивости $\chi_{jk}(k_x, \omega, z, z')$, определяемой соотношением

$$\langle \mathcal{N}_{jk}(\omega, k_x, z) \rangle = - \int_{z_0}^{\infty} dz' \chi_{jk}(\omega, k_x, z, z') U_{jk}(\omega, k_x, z'),$$

получается с помощью формул (6)–(9) явное выражение. Чтобы найти сечение, надо проинтегрировать восприимчивость по z и z' с весовым множителем $U_{jk}^*(\omega, k_x, z) U_{jk}(\omega, k_x, z')$.

Приведем окончательный результат для наиболее интересного случая, когда длина волны возбужденных мод велика по сравнению с периодом структуры и мала по сравнению с размером образца. При этом условии для каждой из связанных мод наблюдается лишь главный брэгговский максимум, интенсивность которого в геометрии (а) пропорциональна

$$\text{Int}_{xx}(\omega, k_x) = \text{Im} \left\{ \frac{g_{xxx}^u/\rho}{\omega_{\Gamma 0}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} + \left(g_{xxx}^E + \frac{g_{xxx}^u Z/\rho}{\omega_{\Gamma 0}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \right)^2 \frac{4\pi k_x^2}{(k_x^2 - q_z^2)\varepsilon(\omega)} \right\} \quad (10)$$

и показана на рис.4 для двух значений концентрации носителей в слое. Значение k_z должно быть взято на

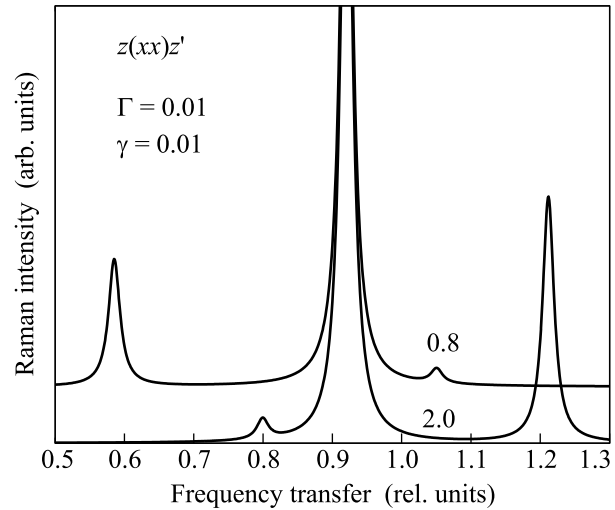


Рис.4. Рамановское сечение как функция переданной частоты (в ед. ω_{LO}) в геометрии $z(xx)z'$ для двух значений концентрации носителей; z и z' – направления распространения падающего и рассеянного излучений, (xx) – их поляризации; направление z' составляет угол $\pi/4$ с направлением $-z$. Значения остальных параметров те же, что и на рис.1. Около кривых указана концентрация n в единицах 10^{11} см^{-2}

спектре (4) при фиксированных значениях переданной частоты и волнового вектора k_x , определяемого углами рассеяния. Например, при нормальном падении и угле θ рассеянного излучения $k_x = \omega^i \sin \theta/c$, $q_z = (\sqrt{\varepsilon(\omega^i)} + \sqrt{\varepsilon(\omega^i) - \sin^2 \theta})\omega^i/c$. Мы опустили в (10) медленно меняющиеся множители, зависящие от свойств падающего и рассеянного излучений, например, глубину проникновения в образец, а также температурный фактор $1/[1 + \exp(-\omega/T)]$. Сечение рассеяния для геометрии (б) отличается заменой k_x на q_z и вершин g_{xxx} на g_{xyz} . Оно показано на рис.5 для различных значений угла рассеяния от 0 (внизу)

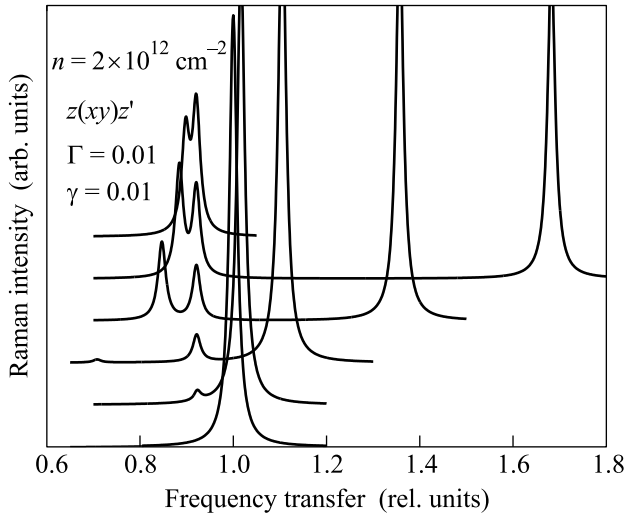


Рис.5. Рамановское сечение как функция переданной частоты (в ед. ω_{LO}) в геометрии $z(xy)z'$ для различных значений угла рассеяния от 0 (внизу) до $\pi/2$ (вверху) с шагом $\pi/10$

до $\pi/2$ (вверху) с шагом $\pi/10$. При численных вычислениях было использовано соотношение между вершинами, известное из эксперимента и даваемое константой Фауста–Генри: $K_{FH} = g^u Z / g^E \rho \omega_{TO}^2 = -0.5$.

Заметим, что для случая нормального распространения как падающего, так и рассеянного излучений, $k_x = 0$, второе слагаемое в формуле (10) исчезает, и рамановский пик при параллельных поляризациях (геометрия а) находится при ω_{TO} . Другие пики на рис.4 – рассеяние с возбуждением фонон-плазмонов. В то же время при скрещенных поляризациях (геометрия б) и $k_x = 0$ формула (4) дает $k_z = ik_x$, и мы видим с помощью формулы для Int_{xy} и соотношения $\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2 = 4\pi Z^2 / \epsilon_{\infty} \rho$, связывающего частоты продольных и поперечных фононов, что пик возникает

лишь при ω_{LO} , поскольку слагаемые с полюсом при ω_{TO} сокращаются. При других углах рассеяния появляется пик при ω_{TO} (не зависящий от угла рассеяния). Два других пика на каждой кривой рис.5 – рассеяние с возбуждением фонон-плазмонов.

Подчеркнем в заключение, что рассчитанные здесь коэффициент отражения и сечение рамановского рассеяния очень чувствительны как к концентрации носителей, так и к частотным параметрам. Наши результаты позволяют моделировать соответствующие эксперименты.

Один из авторов (Л.А.Ф.) хотел бы поблагодарить J. Camassel за сотрудничество в GES (Montpellier, CNRS) и P. Fulde (Dresden, MPIPKS) за гостеприимство. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант # 04-02-17087).

1. E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, *Superlattices and other heterostructures*, Springer, vol. **110**, 1997.
2. E. G. Mishchenko, M. Yu. Reizer, and L. I. Glazman, *Phys. Rev. B* **69**, 195302 (2004).
3. A. Mooradian and G. B. Wright, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 999 (1966); A. Mooradian and A. L. McWhorter, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 107403 (1967).
4. C. Faugeras, G. Martinez, A. Riedel et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 107403 (2004); Yu. Bychkov, C. Faugeras, and G. Martinez, *Phys. Rev. B* **70**, 085306 (2004).
5. V. L. Gurevich and K. E. Shtengel, *Phys. Rev. B* **44**, 8825 (1991).
6. S. Das Sarma and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **25**, 7603 (1982); A. C. Tselis and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **28**, 2021 (1983); A. C. Tselis and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **29**, 3318 (1984).
7. W. Limmer, M. Glunk, S. Mascheck et al, *Phys. Rev. B* **66**, 205209 (2002).