Письма в ЖЭТФ, том 16, вып 1, стр. 50 – 54. 5 июля 1972 г.

О СПЕКТРЕ УРОВНЕЙ ТРЕХ РЕЗОНАНСНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ

В. Ефимов

В работе [1] было сообщено о квантовомеханическом эффекте, касающемся спектра уровней трех частиц. Оказывается, сто спектр обладает яркой особенностью, если парные силы между частицами имеют резонансный характер. В этом случае число уровней может быть очень велико и в принципе даже бесконечно. Для этого нужно, чтобы резонанс в парных силах представлял собой связанное или виртуальное состояние с малой энергией и нулевым орбитальным моментом. Для трех бесспиновых бозонов, подробно исследованных в [2] (см. также [3]), число уровней равно с логарифмической точностью

$$N = \frac{|s_0|}{\pi} \ln \frac{|a|}{r_0} \qquad (1)$$

(r_0 – радиус сил, a – длина рассеяния, для резонансных сил $a \gg r_0$; $|s_0| \approx 1$). Кроме того, в [2] обсуждалось влияние кулоновских сил и спинов частиц на эффект, а также возможное существование таких уровней в спектре трех α-частиц (ядре C^{12}) и в спектре трех нуклонов (H^3).

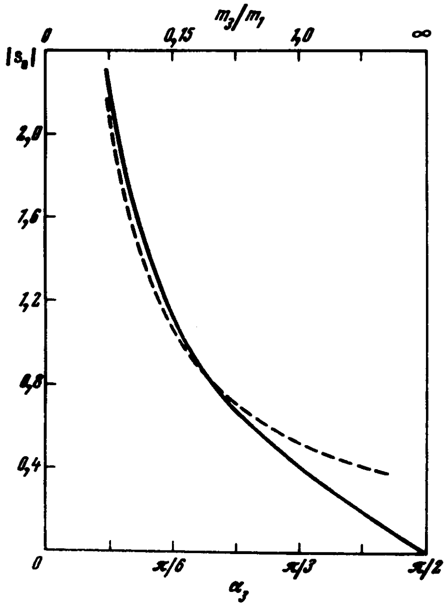

Рис. 1. Зависимость $|s_0|$ от масс частиц для двух резонирующих пар; $\alpha_3 = \operatorname{arc\,tg}(m_3M/m_1m_2)^{1/2}$; M – полная масса частиц; верхняя шкала – значения m_3/m_1 в случае, когда массы частиц 1 и 2 одинаковы

Однако, образование даже нескольких уровней у трех одинаковых частиц практически весьма затруднено, так как требуются резонансы с большими длинами $a_N \sim r_0 e^{\pi N}$. При других соотношениях масс частиц общая картина эффекта остается прежней [4, 5], но условия образования уровней меняются как в лучшую, так и в худшую сторону. Ниже приводится анализ этого вопроса.

Прежде всего, рассмотрим практически более часто встречающийся случай, когда только две из трех пар частиц резонируют. График зависимости $|s_0|$ от масс частиц приведен на рис. 1. На нем частице, входящей в обе резонирующие пары, приписан номер три. Условия образования уровней улучшаются ($|s_0| \to \infty$), когда третья частица много легче двух других. При этом соотношении масс возникает молекулярная ситуация – две тяжелые частицы медленно движутся в поле притяжения, создаваемом быстрой легкой частицей. Радиус поля – порядка минимальной из двух длин рассеяния, поскольку при бо́льших расстояниях резонансные силы между одной парой становятся неэффективны. Расчет показывает, что поле имеет вид $U = (0{,}57)^2 / 2m_3 r_{12}^2$ при $r_0 \lesssim r_{12} \lesssim a_{min}$, в соответствии с общими соображениями [2]. Движение тяжелых частиц квазиклассическое; число уровней есть

$$N = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\sim r_0}^{\sim |a_{min}|} p_{12}\, dr_{12} = \frac{0{,}57}{\pi}\left(\frac{m_{12}}{m_3}\right)^{1/2} \ln \frac{|a_{min}|}{r_0} = \frac{|s_0|}{\pi} \ln \frac{|a_{min}|}{r_0} \qquad (2)$$

(m_{12} – приведенная масса тяжелых частиц). Поэтому $|s_0| = 0{,}57\left(\frac{m_{12}}{m_3}\right)^{1/2} = \frac{0{,}57}{a_3}$ при $a_3 \to 0$. Это "адиабатическое" значение $|s_0|$ нанесено на рис. 1 пунктиром. Потенциал U вычислялся ранее Смирновым и Фирсовым [6]; в адиабатическом пределе наши вычисления потенциала согласуются с этой работой. Для частиц с массами одного порядка $|s_0| \sim 1$, число уровней дается правой частью формулы (2).

В пределе $|s_0| \to 0$ условия образования уровней максимально затруднены. Мы считаем нужным отметить этот случай, так как здесь возникает неожиданная ситуация. Чтобы иллюстрировать ее, выберем частицы *1* и *2* одинаковыми и невзаимодействующими. Тогда предел $a_3 \to \pi/2$ соответствует случаю, когда они движутся в поле центра с массой $m_3 \to \infty$. Если $m_3 = \infty$, то спектр простой – при $a > 0$ есть одно связанное состояние. Однако, если масса центра конечна, то его отдача приводит как видно к спектру типа (1), сосредоточенному в области очень малых энергий и обратных длин рассеяния. Размер области находим, полагая в (1) $N \sim 1$, $|s_0| \sim m_1/m_3$

$$\Delta(a^{-1}) \sim \frac{1}{r_0} e^{-1/|s_0|} \sim \frac{1}{r_0} e^{-m_3/m_1}. \qquad (3)$$

С этой точки зрения в спектре при $m_3 = \infty$ в момент возникновения двухчастичного связанного состояния появляется и исчезает бесконечно много уровней.

Перейдем к случаю, когда резонируют все три пары. Такая возможность вполне может осуществляться, например, два нейтрона и ядро. Считаем самой легкой третью частицу, самой тяжелой – первую. $|s_0|$ теперь зависит от двух отношений масс. Одним выбрано a_3, другим – m_2/m_1. На рис. 2 нижняя кривая соответствует $m_2/m_1 = 1$, верхняя – $m_2/m_1 = 0$. При $a_3 > \pi/4$ значение $m_2/m_1 = 0$ не достигается, так как при уменьшении m_2/m_1 прежде m_2 становится равным m_3, и на рис. 2 дана кривая для этого случая. Значения $|s_0|$ для промежуточных отношений масс m_2/m_1 находятся между кривыми рис. 2. В адиабатическом пределе кривые на рис. 1 и 2 сливаются, так как относительный импульс при столкновении тяжелых частиц растет как $m_{12}^{1/2}$ и условие их резонанса нарушается.

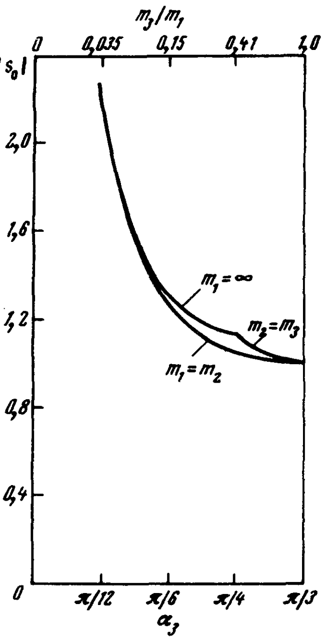

Рис. 2. Зависимость $|s_0|$ от масс частиц для трех резонирующих пар

Подсчитаем число уровней для масс одного порядка (или когда одна частица тяжелая). Пока пространственный размер состояний меньше a_{min}, резонируют все три пары. Поэтому число уровней, для которых $r_{ik} \lesssim a_{min}$, дается попрежнему правой частью формулы (2), но теперь $|s_0|$ берется из рис. 2. При меньших энергиях характер спектра зависит от знака a_{min}. Если $a_{min} < 0$, то при $r_{ik} \gtrsim a_{min}$ эффективны резонансные силы уже только двух пар. И это имеет место, пока размер состояний не достигнет средней длины рассеяния a_{mid}. Поэтому итоговое число уровней есть

$$N = \frac{|s_0|}{\pi} \ln \frac{|a_{min}|}{r_0} + \frac{|s_0'|}{\pi} \ln \frac{|a_{mid}|}{|a_{min}|} \quad (4)$$

(с $|s_0'|$ из рис. 1). Если же $a_{min} > 0$, то энергия связи пары с a_{min} представляет собой границу дискретного спектра трех частиц и в спектре сохраняются только уровни с бóльшей энергией связи. Уровни с $r_{ik} \gtrsim a_{min}$ не удовлетворяют этому условию, поэтому полное число уровней дается первым слагаемым формулы (4). Тем же способом подсчитывается число уровней в оставшемся случае двух тяжелых частиц; формула немного сложнее и здесь не приводится.

До сих пор обсуждались трехчастичные состояния 0^+. Для равных масс эффект есть только в них [2]. По мере приближения к адиабатическому пределу эффект возникает в состояниях с более высокими моментами [4, 5]. В адиабатическом пределе он появляется в состоянии с моментом L (и четностью $(-1)^L$), когда потенциал притяжения $(0{,}57)^2/2m_3 r_{12}^2$ сравнивается с центробежной энергией тяжелых частиц $L(L+1)/2m_{12}r_{12}^2$, т. е. при

$$\frac{m_3}{m_{12}} = \frac{0{,}32}{L(L+1)} . \tag{5}$$

Отсюда же следует, что при заданном соотношении масс максимальный момент, для которого еще есть эффект, равен $0{,}57(m_{12}/m_3)^{1/2}$, а в формулу для числа уровней вместо $|s_0|$ входит $\sqrt{|s_0|^2 - L(L+1)}$.

Расчет отношения m_3/m_{12}, при котором эффект возникает в состояниях 1^- и 2^+, дал 0,15 и 0,05, в то время как из формулы (5) получается 0,16 и 0,05. Согласие объясняется тем, что уже при $L=1$ отношение масс мало, поэтому адиабатическое приближение работает хорошо.

На основании этих результатов коротко обсудим, где в природе могли бы существовать описываемые уровни. С точки зрения соотношения масс наиболее благоприятной системой является электрон и два нейтральных атома – отрицательный молекулярный ион (если атомы не нейтральны, то кулоновские силы разрушают эффект). Здесь $|s_0|$ меняется от 17 до 270 вдоль периодической системы. Практически возможность существования уровней определяется как реальными значениями длин рассеяния электрона на каждом атоме, так и поведением термов нейтральной молекулы [6, 7].

В ядрах возможность образования уровней затрудняется кулоновскими силами [2]. Грубая оценка их влияния показывает, что уровни возможны в ядрах с $A \lesssim 20$. Исключение представляет два нейтрона и ядро, где ограничения на A нет. Для реализующихся соотношений масс $|s_0| \lesssim 1$, поэтому три частицы могут образовать практически один уровень обсуждаемой природы; его пространственная конфигурация 0^+. В данном ядре состояние отличается от обычных ядерных состояний тем, что оно сильно кластеризовано на эти три частицы и имеет бо́льшие размеры. Энергетически оно располагается вблизи порога трехчастичного развала.

Автор благодарен М.Я.Амусья и Л.А.Сливу за обсуждение, и Л.Д.Фаддееву за внимание к работе.

Ленинградский
институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 мая 1972 г.

Литература

[1] V.Efimov. Phys. Lett., 33B, 563, 1970.

[2] В.Ефимов. ЯФ, 12, 1080, 1970.

[3] Л.Д.Фаддеев. Метод интегральных уравнений в теории рассеяния для трех и более частиц, М., МИФИ, 1971; R.D.Amado, J.V.Noble. Phys. Lett., 35B,, 25, 1971.

[4] В.Ефимов. Материалы 6-й зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий, 1971, ФТИ, Ленинград, ч. 2, стр. 309.

[5] R.D.Amado, J.V.Noble. Preprint, 1971, University of Pennsylvania

[6] Б.М.Смирнов, О.Б.Фирсов. ЖЭТФ, 47, 232, 1964.

[7] Ю.Н.Демков, В.Н.Островский. ЖЭТФ, 59, 1765, 1970.