

*Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 3, стр. 133 – 137*

*5 августа 1972 г.*

**ОСОБЕННОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАТУХАНИЯ ЗВУКА  
ПРИ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ 2 1/2 -ГО РОДА.**

*В. И. Даэвидов, М. И. Кацанов*

Аномалии термодинамических величин металлов, связанные с изменением топологии ферми-поверхности  $\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon_F$ , принято называть фазовым переходом 2 1/2-го рода [1, 2] (И.Лифшиц [1]).

В настоящей работе рассматриваются особенности коэффициента поглощения высокочастотного звука ( $k\ell \gg 1$ ,  $k = \omega/s$  – волновой вектор звука,  $\omega$  – его частота, а  $s$  – скорость,  $\ell$  – длина свободного пробега электронов) вблизи точки фазового перехода, определяемой условием  $\epsilon_F = \epsilon_k$ , где  $\epsilon_k$  – критическое значение энергии, при которой изменяется топология изоэнергетических поверхностей.

Исследованы два варианта: а) появление (или исчезновение) при  $z = (\epsilon_F - \epsilon_k) = 0$  полости поверхности Ферми (для простоты – сферы)

$$p^2 / 2m = z \quad (z > 0), \quad (1)$$

б) "разрыв перемычки" (см. [2]).

Согласно результатам работы [3] при  $k\ell \gg 1$  в поглощении звука принимают участие электроны, расположенные на "пояске"

$$(v(p)k) = 0, \quad \epsilon(p) = \epsilon_F, \quad (2)$$

где  $v = (\partial \epsilon / \partial p)$  – скорость электронов.

Каждый "поясок" дает следующий вклад в коэффициент затухания звука:

$$\Gamma \approx \frac{\pi \omega}{(2\pi\hbar)^3 \rho s} \int_0^{2\pi} \frac{|\Lambda|^2 d\phi}{v^2(\phi) \mathcal{K}(\phi)}, \quad (3)$$

$\rho$  – плотность металла,  $\mathcal{K}$  – гауссова кривизна поверхности Ферми, а  $|\Lambda|^2$  – величина, зависящая квадратично от компонент тензора  $\lambda_{ik}$ , связывающего изменение энергии электрона с тензором деформации [4].

Формула (3) может быть получена классическим путем (решая кинетическое уравнение) и квантовым путем (вычисляя вероятность поглощения фонона) [3]. Совпадение результатов классического и квантового рассмотрения связано с выполнением следующих обычно имеющихся место условий<sup>1)</sup>:

$$\hbar \omega \ll |z|, \quad \hbar k \ll p_F, \quad (4)$$

где  $p_F$  – характерный импульс ферми-поверхности (для сферы – ее радиус:  $p_F = \sqrt{2m|z|}$ ).

Неравенства [4], кроме того, объясняют то редко отмечавшееся обстоятельство, что  $\Gamma$  не зависит от радиуса "пояска" (для сферы это означает, что  $\Gamma$  не зависит от числа электронов в полости),  $v^2 = p_F^2/m^2$ ,  $\mathcal{K} = 1/p_F^2$ , см. [3]). Поэтому появление (или исчезновение) полости, или разрыв перемычки, должно привести к заметному изменению коэффициента поглощения.

<sup>1)</sup> Кроме того, конечно  $T \ll |z|$  ( $T$  – температура).<sup>1)</sup>

Для того, чтобы не быть связанными условиями (4), мы вычислим коэффициент поглощения квантовым путем, причем, следуя работе [5], естественно, не будем пренебрегать величиной  $\hbar\omega$  по сравнению с величиной  $|z|$ :

$$\Gamma = \int |M|^2 (n_p - n_{p+\hbar k}) \delta(\epsilon_p + \hbar\omega - \epsilon_{p+\hbar k}) d^3 p, \quad (5)$$

$\epsilon_p$  — энергия электрона с импульсом  $p$ ,  $n_p$  — функция распределения Ферми,  $|M|^2$  — матричный элемент перехода [3] (его можно связать с величиной  $|\Lambda|^2$ ), который для простоты будем считать независящим от  $p$ . Сначала рассмотрим аномалии поглощения звука при  $T = 0$ , тогда  $n_p = 1$  при  $\epsilon(p) < \epsilon_F$  и  $n_p = 0$  при  $\epsilon > \epsilon_F$ .

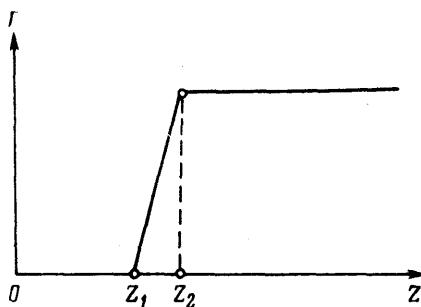


Рис. 1. Зависимость  $\Gamma$  от  $z$ . В случае появления (исчезновения) новой полости

$$z_1 = \frac{ms^2}{2} - \frac{\hbar\omega}{2}; \quad z_2 = \frac{ms^2}{2} + \frac{\hbar\omega}{2}.$$

При разрыве перемычки

$$z_1 = \frac{m_3 s^2}{2} - \frac{\hbar\omega}{2}; \quad z_2 = \frac{m_3 s^2}{2} + \frac{\hbar\omega}{2}.$$

а) Из (1) и (5) видно, что появление (или исчезновение) полости поверхности Ферми сопровождается следующей аномалией коэффициента поглощения звука (рис. 1):

$$\Gamma = \begin{cases} 0 & (z \leq z_1), \\ \eta(z - z_1) & (z_1 \leq z \leq z_1 + \hbar\omega), \\ \eta \hbar\omega & (z \geq z_1 + \hbar\omega), \end{cases} \quad (6)$$

где

$$z_1 = \frac{ms^2}{2} \left( 1 - \frac{\hbar\omega}{2ms^2} \right)^2; \quad \eta = \frac{2\pi m^2 s |M|^2}{\hbar\omega}, \quad (7)$$

т. е. на кривой  $\Gamma = \Gamma(z)$  должны быть два близко расположенных излома. Так как  $\hbar\omega$  значительно меньше характерных электронных энергий, то два излома сливаются в скачок функции  $\Gamma(z)$ , а поскольку для реально достижимых частот звука  $\hbar\omega \ll ms^2$ , то  $z_1 \approx \frac{ms^2}{2} - \frac{\hbar\omega}{2}$ .

Сдвиг особенности относительно  $z = 0$  объясняется тем, что выполнение законов сохранения при поглощении фонаона электроном начинается с пороговой энергии электрона (по сути дела, условие  $z > z_1$  есть условие черенковского излучения:  $v > s$ ).

б) Разрыв перемычки сопровождается более сложной аномалией, характер которой зависит от направления распространения звука. Так,

если  $\mathbf{k}$  перпендикулярен оси перемычки, то  $\Gamma(z)$  – непрерывная функция; если вектор  $\mathbf{k}$  направлен по оси перемычки, то особенность  $\Gamma(z)$  такая же, как при появлении новой полости (см. (6)).

Зависимость  $|M|^2$  от частоты звука не может быть получена в

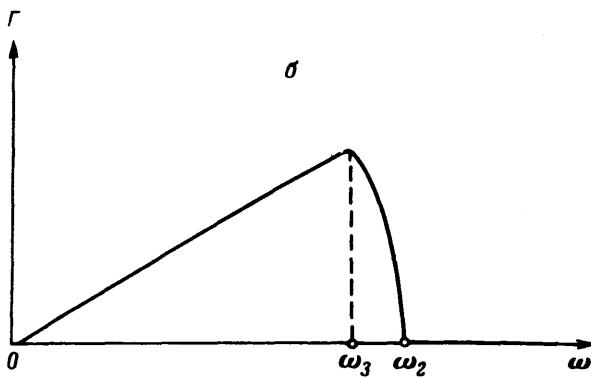
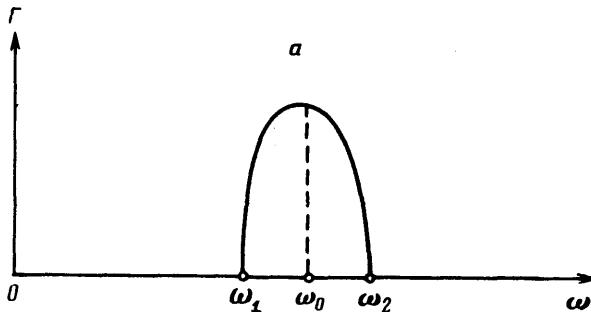


Рис. 2. Зависимость  $\Gamma$  от  $\omega$ :  $\omega_0 = \frac{2ms^2}{\hbar}$ ;  $\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \Delta$ ;  $\omega_3 = \Delta - \omega_0$ ;  $\Delta = \frac{(8zms^2)^{\frac{1}{2}}}{\hbar}$ . Рис. 2, а соответствует значениям  $z$ , равным  $0 < z < \frac{ms^2}{2}$ , а рис. 2, б – значениям  $z > \frac{ms^2}{2}$

общем случае, но при сравнительно малых импульсах фонона  $|M|^2 \sim k^2/\omega \sim \omega$  (см. [5]), что дает нам возможность выяснить зависимость  $\Gamma(\omega)$  при различных значениях  $z$  (см. рис. 2).

При  $T \neq 0$  особенности, естественно, сглаживаются, например, в случае появления новой полости изоэнергетической поверхности из (1) и (5) имеем

$$\Gamma = \eta T \ln \frac{1 + \exp\left(\frac{z - z_1}{T}\right)}{1 + \exp\left(\frac{z - z_1 - \hbar\omega}{T}\right)}, \quad (8)$$

откуда видно, что характер температурного размытия зависит от соотношения между  $\hbar\omega$ ,  $ms^2$  и  $T$ , однако, так как все величины ( $\hbar\omega$ ,  $ms^2$ ,  $T$ )

значительно меньше  $\epsilon_F$ , то изменение коэффициента поглощения весьма резко.

Фазовый переход 2 1/2-го рода должен сопровождаться не только особенностями коэффициента поглощения звука, но и должен сказатьсь на законе дисперсии фононов металла, так как при этом изменится топология геометрического места точек особенностей Мигдала – Ко-на (см. [5, 6]).

В заключение авторы благодарят И.М.Лифшица за интерес к работе и стимулирующие дискуссии.

Институт физических проблем  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
22 июня 1972 г.

### Литература

- [ 1] И.М.Лифшиц. ЖЭТФ, 38, 1569, 1960.
- [ 2] И.М.Лифшиц, М.Я.Азбель, М.И.Каганов. Электронная теория металлов. М., Изд. наука, 1971.
- [ 3] А.И.Ахиезер, М.И.Каганов, Г.Я.Любарский. ЖЭТФ, 32, 837, 1957.
- [ 4] А.И.Ахиезер. ЖЭТФ, 8, 1318, 1938. 8, 1330, 1938.
- [ 5] М.И.Каганов, А.И.Семененко. ЖЭТФ, 50, 630, 1966.
- [ 6] А.Б.Мигдал. ЖЭТФ, 34, 1438, 1958; W. Kohn. Phys. Rev. Lett., 3, 393, 1959.