Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 3, стр. 177 – 179 5 августа 1972 г

О ПОГЛОЩЕНИИ ПЕРВОГО ЗВУКА В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ ВБЛИЗИ $T = 0$

И. М. Халатников, Ю. А. Матвеев

Поглощение звука в сверхтекучем гелии в области низких температур было исследовано в работе [1] путем решения кинетического уравнения для фононов (при температурах ниже 0,6°К влиянием ротонов можно пренебречь). Полученные таким путем результаты должны в области низких частот совпадать с результатами решения уравнений гидродинамики [2]. В недавно появившейся статье Саслова [3] утверждается, что имеется расхождение при вычислении коэффициента поглощения звука указанными двумя способами. Мы покажем, что в работе [3] была допущена ошибка. Автор воспользовался для коэффициента поглощения звука выражением, полученным из уравнений гидродинамики при пренебрежении коэффициентом теплового расширения $He^4 (\partial\rho/\partial T)_p$, что, как было еще указано в работе [1], при низких температурах делать нельзя.

При $T < 0{,}6$°К, когда в гелии возбуждены только фононы, все кинетические коэффициенты равны нулю, за исключением коэффициента первой вязкости η. Записываем гидродинамические уравнения

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} j = 0,$$

$$\frac{\partial j}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{4}{3}\eta \frac{\partial^2 v_n}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{\partial \mu}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial T}(\sigma\rho) + \sigma\rho\frac{\partial v_n}{\partial x} = 0.$$

Обозначения такие же как в [1]. В звуковой волне скорости v_n и v_s и изменяющиеся части термодинамических величин ρ' и σ' (которые мы выбираем в качестве независимых переменных) меняются по закону $\exp[-i\omega(t - x/v)]$ (x – направление распространения волны, ω – частота звука). После исключения переменных v_n и v_s линеаризованная система (1) приобретает вид

$$\left[\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_\sigma - V^2 - \frac{4}{3}\eta\frac{i\omega}{\rho}\right]\rho' + \left[\left(\frac{\partial p}{\partial\sigma}\right)_\rho - \frac{4}{3}\eta\frac{i\omega}{\sigma}\right]\sigma' = 0,$$

$$\left[-\sigma\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_\sigma + \frac{4}{3}\eta\frac{i\omega}{\rho^2}\right]\frac{\rho_s\sigma}{\rho_n}\rho' + \left[V^2 - \frac{\rho_s\sigma^2}{\rho_n}\frac{\partial T}{\partial\sigma} - \frac{4}{3}\eta\frac{i\omega}{\rho}\frac{\rho_s}{\rho_n}\right]\sigma' = 0 . \tag{2}$$

Далее приведем выражения для всех производных в (2), справедливые в области температур, где все термодинамические величины определяются фононами.

Свободная энергия F и давление p равны соответственно, $F=F_0+F_1$ (F_0 – свободная энергия при $T = 0$)

$$F_1 = -\frac{\pi^2}{90}\frac{(kT)^4}{\rho c^3} = -\frac{\Gamma}{\rho},$$

$$p = p_0 + p_1 = p_0 + \Gamma(1 + 3u) \qquad \left(u = \frac{\rho}{c}\frac{\partial c}{\partial \rho}\right). \tag{3}$$

Энтропия и отношение ρ_n/ρ равны

$$\sigma = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{4\Gamma}{\rho T},$$

$$\rho_n/\rho = \frac{4}{3}\frac{E}{\rho c^2} = \frac{4\Gamma}{\rho c^2} \tag{4}$$

Отсюда находим

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_\sigma = \left(\frac{\partial p_0}{\partial \rho}\right)_\sigma + \left(\frac{\partial p_1}{\partial \rho}\right)_\sigma = c^2 + \frac{1}{4}\frac{\rho_n}{\rho}c^2\left(\frac{4}{3} + 8u + 3w\right)$$

$$\left(w = \frac{\rho^2}{c}\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2}\right), \tag{5}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_\sigma = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial p}{\partial \sigma}\right)_\rho = \frac{T}{3\rho}(1 + 3u),$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \sigma}\right)_\rho \frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma^2 = \frac{c^2}{3}\left[1 + \frac{1}{3}\frac{\rho_n}{\rho}(1 + 3u)^2\right].$$

Условие совместности системы (2) дает дисперсионное уравнение, из которого с учетом (5) находим комплексную скорость звука V

$$\frac{V_1^2}{c^2} = 1 + \frac{1}{4}\frac{\rho_n}{\rho}\left(\frac{4}{3} + 8u + 3w\right) + \frac{1}{6}\frac{\rho_n}{\rho}(1 + 3u)^2 -$$

$$- 3(1 + u)^2\frac{i\omega\eta}{\rho c^2}. \tag{6}$$

Вещественная часть (6) определяет скорость звука

$$\frac{V_1}{c} = 1 + \frac{\rho_n}{\rho}\left[\frac{1}{8}\left(\frac{4}{3} + 8u + 3w\right) + \frac{1}{12}(1+3u)^2\right] =$$

$$\equiv 1 + \frac{\rho_n}{\rho}\left[-\frac{3}{2}\left(u^2 - \frac{1}{4}w\right) + \frac{1}{4}(1+3u)^2\right]. \tag{7}$$

Мнимая же часть (6) дает коэффициент поглощения звука

$$a_1 = \operatorname{Im}\frac{\omega}{V_1} = \frac{3}{2}\frac{\omega^2}{\rho c^3}(u+1)^2\eta . \tag{8}$$

Это выражение отличается от известного выражения, использованного Сасловым [3] и получающегося при пренебрежении $(\partial\rho/\partial T)_p$, дополнительным множителем $\frac{9}{4}(u+1)^2$.

Подставим в (8) выражение для η, взятое из работы [1]

$$\eta = \frac{1}{S}c^2\rho_n\tau_{ph} . \tag{9}$$

Таким путем получим

$$a_1 = \frac{3}{10}(u+1)^2\frac{\omega^2\tau_{ph}}{c} . \tag{10}$$

Формулы (7) и (10) в точности совпадают с полученными в работе [1] путем решения кинетического уравнения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау АН СССР

Поступила в редакцию
19 июня 1972 г.

Литература

[1] И.М.Халатников, Д.М.Черникова. ЖЭТФ, 49, 1957, 1965; ЖЭТФ, 50, 411, 1968.

[2] И.М.Халатников. ЖЭТФ, 23, 21, 1952.

[3] W.M.Saslow. Phys. Rev., A5, 1491, 1972.