

Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 4, стр. 253 – 255

20 августа 1972 г.

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ В $(4 - \epsilon)$ -МЕРНОЙ МОДЕЛИ ИЗИНГА

Г.М.Авдеева, А.А.Мидал

Главная трудность построения количественной теории фазовых переходов связана с отсутствием свободных параметров: структура вещества вблизи критической точки зависит только от его симметрии, а остальные параметры определяют масштабные факторы.

Вильсон и Фишер [1] предложили использовать размерность пространства в качестве свободного параметра. Известно, что в 4-мерном пространстве отклонения от теории Ландау стремятся к нулю вблизи точки перехода [2]. В пространстве $4 - \epsilon$ отклонения порядка ϵ и мож-

но пользоваться теорией возмущений [3]. Таким методом Вильсон [3] нашел первые члены ϵ -разложения для критических индексов. Хотя ряд, очевидно, асимптотический, но по счастливой случайности, коэффициенты при ϵ , ϵ^2 оказались малы, так что даже при $\epsilon = 1$ первые члены могут неплохо описывать сумму ряда. Расхождение теоретических и экспериментальных значений индексов порядка процентов и это позволяет надеяться, что ϵ -разложение будет хорошо работать и для других универсальных величин, например, для уравнения состояния.

Благодаря масштабной инвариантности уравнение состояния содержит только одну неизвестную универсальную функцию $f(t)$:

$$H = (M/D)^{(\beta+\gamma)/\beta} f((T_c - T)(M/V)^{-1/\beta}) \quad (1)$$

$$(f(1) = 0, \quad f(0) = 1).$$

Здесь H – магнитное поле, M – магнитный момент, T – температура. Неуниверсальные константы V и D определяют спонтанный момент:

$$M_s = V(T_c - T)^\beta, \quad (H = 0) \quad (2)$$

и момент в сильном поле:

$$M = D |H|^\beta / (\beta + \gamma) \quad (T = T_c) \quad (3)$$

β и γ – обычные критические индексы, ϵ -разложение для которых имеет вид [3]:

$$\beta = (1/2) - (\epsilon/6) + (\epsilon^2/162) + O(\epsilon^3), \quad (4)$$

$$\gamma = 1 + (\epsilon/6) + (25/324)\epsilon^2 + O(\epsilon^3). \quad (5)$$

Мы нашли первые три члена ϵ -разложения для функции $f(t)$.

$$\begin{aligned} f(t) = & (1-t) + \frac{\epsilon}{6} \left[(3-t) \ln \left(1 - \frac{t}{3} \right) - 2t \ln \left(\frac{2}{3} \right) \right] + \\ & + \frac{\epsilon^2}{648} \left\{ 9(9-t) \ln^2 \left(1 - \frac{t}{3} \right) + [150 - (50 + 36 \ln \frac{2}{3})t] \times \right. \\ & \times \left. \ln \left(1 - \frac{t}{3} \right) - \left(100 \ln \frac{2}{3} + 36 \ln^2 \frac{2}{3} \right) t \right\} + O(\epsilon^3). \quad (6) \end{aligned}$$

Метод вычислений мало отличается от использованного Вильсоном [3] и мы не приводим деталей расчетов. Аналогичные расчеты для модели Гейзенберга с n -компонентным спином будут опубликованы в работе Г.М.Авдеевой.

Наиболее простой вид имеет ϵ -разложение для изоклины $\phi(m)$, введенной в работе [4]. Изоклина – это уравнение состояния в переменных H, M, χ , где $\chi = (\partial M / \partial H)_T$ – восприимчивость в конечном поле, т.е.

$$H = \chi^{-(\beta + \gamma) / \gamma} \phi(M \chi^{\beta / \gamma}) \quad (7)$$

с точностью до ϵ^3 :

$$\phi(m) = m - m^3 + (\epsilon^2 / 4) m^5 + O(\epsilon^3). \quad (8)$$

Мы нормируем H и M так, чтобы коэффициент при m^3 был равен -1 . Интересно, что формула (8) в точности совпадает с формулой (12) феноменологической теории [4], если выразить ϕ_5 / ϕ_3^2 в (12) через β и γ и воспользоваться ϵ -разложением (4), (5) для β и γ ¹⁾.

Это уравнение состояния сравнивалось в [4] с опытом для критических точек жидкостей. Согласие с опытом с точностью порядка процентов, т.е. с той же точностью, что и для критических индексов β и γ .

Заметим, что для модели Гейзенберга и бозе-жидкости ϵ -разложение изоклины $\phi(m)$ не будет иметь вид полинома по m , из-за эффектов, связанных со спиновыми волнами.

Горьковский
государственный университет
им. Н.И.Лобачевского

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10 июля 1972 г.

Литература

- [1] K.Wilson, M.Fisher. Phys. Rev. Lett., 28, 240, 1972.
- [2] А.И.Ларкин, Д.М.Хмельницкий. ЖЭТФ, 56, 2087, 1969.
- [3] K.Wilson. Phys. Rev. Lett., 28, 548, 1972.
- [4] А.А.Мигдал. ЖЭТФ, 62, 1559, 1972.

¹⁾ В формуле (34) работы [4] имеется опечатка – пропущен множитель 2.