

## ВЛИЯНИЕ СТОЛКНОВЕНИЙ С ФОНОНАМИ НА ТЕМПЕРАТУРУ ДИНГЛА ДЛЯ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

В. Ф. Гантмахер

В недавних экспериментах Пейлина на ртути [1] было показано, что температура Дингла  $X$  – столкновительное уширение уровней Ландау, определяемой из амплитуды  $A$  де Гааз – ван Альфеновских осцилляций:

$$A \sim T H^{1/2} \exp[-2\pi^2 k(T + X)/\hbar \Omega], \quad (1)$$

не зависит от температуры  $T$  ( $H$  – магнитное поле,  $k$  – постоянная Больцмана,  $\Omega$  – ларморовская частота). Этот результат на первый взгляд представлялся очень удивительным, так как известно, что для примесного рассеяния температура Дингла  $X_0$  связана с частотой столкновений  $\nu_0$  соотношением

$$X_0 = \hbar \nu_0 / 2\pi k, \quad (2)$$

и казалось бы, такое же соотношение должно связывать и  $X_{e,ph} = X - X_0$  с частотой электрон-фононных столкновений  $\nu_{e,ph}$ .

Результат [1] был объяснен теоретически в [2] на основе вычислений осцилляций намагниченности в системе электронов, взаимодействующих с фононами. Результат вычислений может быть интерпретирован следующим образом: влияние изменения с температурой вероятности рассеяния, т.е. изменения мнимой части собственной энергии частиц в электрон-фононной системе, компенсируются в (1) изменениями эффективной массы  $m$  (изменениями действительной части собственной энергии), входящей в показатель экспоненты в (1) через  $\Omega$ .

Цель данной статьи показать, что результат [1] может быть качественно объяснен и на основе "классических" вычислений частоты  $\nu_{e,ph}$ , без привлечения перенормировки массы электрона. Сделать это кажется нам тем более целесообразным, что результат вычислений [2] относится только ко ртути, так как последний этап вычислений проведен численными методами, с использованием параметров этого металла; кроме того, эти вычисления касаются только осцилляций термодинамических величин, в то время как с изменением  $H$  осциллируют также и кинетические коэффициенты металла.

Пусть исходный электронный спектр квадратичен. В сильном магнитном поле  $H \parallel O_z$  он приобретает вид вставленных друг в друга круговых цилиндров, занятые состояния на которых лежат внутри исходной ферми-сферы радиуса  $p_f$ . Вблизи экстремального сечения расстояние между цилиндрами  $\Delta p = eH\hbar / p_f c$ . В квазиклассическом приближении можно пользоваться обычной классификацией электронных со-

стояний с помощью трех компонент импульса и соответствующим законом сохранения. Тогда нетрудно видеть, что электроны вблизи поверхности ферми-сферы, имеющие импульс вдоль поля

$$p_z \ll p_f \Delta p / qT. \quad (3)$$

не могут быть при столкновениях с фононами перебросены на другой цилиндр Ландау ( $qT = kT/s$  — импульс теплового фонона,  $s$  — скорость звука).

В эффекте де Гааза — ван Альфена существенны те электроны, которые находятся на ландауовском цилиндре в момент касания его с ферми-сферой, т.е. электроны, у которых

$$p_z^2 / 2m \lesssim kT, \quad p_z \lesssim (2mkT)^{1/2}. \quad (4)$$

Условие (3) для этой группы электронов имеет вид

$$\hbar\Omega \gg (kT)^{3/2} / (ms^2)^{1/2}. \quad (5)$$

Последнее неравенство практически совпадает с условием наблюдения квантовых осцилляций  $\hbar\Omega > 2\pi^2 kT$ , так как  $ms^2 \approx 0,1^0 \text{K}$ .

Таким образом, все де гааз — ван альфеновские электроны при столкновениях с фононами совершают переходы лишь в пределах исходного цилиндра. Вероятность таких переходов

$$\nu_{e, ph}(p_z) = \frac{\Lambda^2}{4\pi\hbar^4 \rho s} g \int q d^2 q \sum_{\pm} [\Phi_{\pm}(E, \epsilon) \delta(E_{p'} - E_p \mp \epsilon)], \quad p' = p + q, \quad (6)$$

где  $\Lambda$  — деформационный потенциал,  $\rho$  — плотность металла,  $E$  и  $\epsilon = qs$  — энергии электрона и фонона,  $g = (2\pi)^{-1} eH / \rho_f c$  — вырожденность состояний на цилиндре,  $\delta$ -функции обеспечивают выполнение закона сохранения энергии, интегрирование происходит по поверхности цилиндра, а функции  $\Phi_{\pm}$  — комбинации функций распределения фононов  $n_{\epsilon} = [\exp(\epsilon/kT) - 1]^{-1}$  и электронов  $f_E = [\exp(E - E_f/kT) + 1]^{-1}$ :

$$\Phi_+ = n_{\epsilon} (1 - f_{E+\epsilon}), \quad \Phi_- = (n_{\epsilon} + 1) (1 - f_{E-\epsilon})$$

$\Phi_+$  входит в вероятность поглощения фонона, а  $\Phi_-$  — в вероятность его испускания.

В отличие от формул для  $\nu_{e, ph}$  без поля, в (6) интегрирование происходит по поверхности, а не по объему, что приводит в конечном счете к уменьшению степени  $T$ ; зато через множитель  $g$  в (6) вошло поле  $H$ .

Начальная энергия движения вдоль поля интересующих нас электронов (4) столь мала, что в аргументе  $\delta$ -функции ею можно пренебречь; учитывать при этом следует только поглощение фононов. Тогда

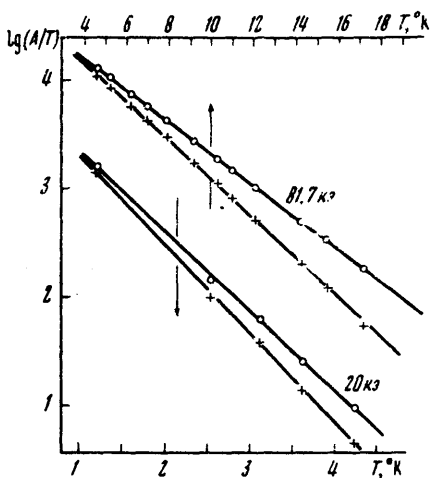
$$\nu_{e, ph} = \frac{\Lambda^2 \Omega}{8\pi^2 \hbar^4 \rho v_f s} \int_0^{\infty} \int q dq_x dq_y \Phi_+(E, \epsilon) \delta\left(\frac{q_z^2}{2m} - sq\right) =$$

$$= \frac{1,5}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{\Delta^2}{\hbar^4 s^4 v_f \rho} (\hbar \Omega) (ms^2)^{1/2} (kT)^{3/2}, \quad (7)$$

где  $v_f = p_f / m$ ,  $x$  — направление на поверхности цилиндра, перпендикулярное оси  $z$ ,  $q = (q_x^2 + q_z^2)^{1/2}$ , а коэффициент 1,5 является чис-

ленным значением интеграла  $\int_0^\infty e^{-x}(e^{2x} - 1)^{-1} x^{1/2} dx$ .

Любопытно отметить, что рассеяние в (7) нельзя считать упругим, так как в аргументе  $\delta$ -функции мы не можем пренебречь энергией фонона  $qs$ .



○ — Экспериментальные графики  $\lg(A/T)$  от  $T$ , взятые из работы [1] (размер точек характеризует погрешность). + — Результат вычитания из экспериментальных точек величины  $2\pi^2 k X_{e,ph} / \hbar \Omega$ , меняющейся пропорционально  $T^{3/2}$  ( $X_{e,ph}(4^0K) = 0,4^0$ ). Верхняя температурная шкала относится к верхней паре прямых (отмечено стрелками)

Зависимость  $\nu_{e,ph} \sim \Omega T^{3/2}$  позволяет объяснить результат [1]. Экспериментально этот результат следовал из того, что, во-первых, линейно с температурой менялся наклон прямых на графиках  $\ln(AH^{-1/2})$  от  $1/H$  и, во-вторых, не наблюдалось отклонений от линейности зависимостей  $\ln(A/T)$  от  $T$ . Но ввиду того, что  $\nu_{e,ph} \sim H$ , в показателе экспоненты  $\exp(-2\pi^2 k X_{e,ph} / \hbar \Omega)$  поле  $H$  сокращается, отчего электрон-фононные столкновения не могут сказаться на наклонах прямых  $\ln(AH^{-1/2})$  от  $H^{-1}$ . Наличие члена с  $X_{e,ph}$  может проявиться лишь в изменении с температурой отрезка, отсекаемого на оси ординат.

Что касается измерений  $A(T)$ , то, если бы имела место прямая пропорциональность  $\nu_{e,ph} \sim T$ , зависимость  $\ln(A/T)$  от  $T$  оставалась бы линейной и столкновения с фононами привели бы лишь к малому изменению наклона прямой, эквивалентному перенормировке эффективной массы, (это, вероятно, практически невозможно заметить в эксперименте); поэтому все ожидаемые отклонения от линейности зависимости  $\ln(A/T)$  от  $T$  обусловлены отличием показателя степени 3/2 от единицы.

Воспользовавшись приведенной в [1] оценкой ожидавшегося значения  $X_{e,ph} \approx 0,4^0$  при  $T = 4^0K$  и считая, что  $\nu_{e,ph} \sim T^{3/2}$ , мы отложили на двух графиках работы [1] вниз от экспериментальных точек

величины  $2\pi^2 k X_{e, ph} / \hbar \Omega$ . Полученные при этом крестики лежат на прямых не хуже, чем исходные точки (см. рисунок). Это означает, что точность эксперимента недостаточна для фиксации ожидаемых отклонений графика от линейности.

Таким образом, несмотря на то, что в сильном магнитном поле на экстремальном сечении ферми-поверхности частота электрон-фононных столкновений  $\nu_{e, ph}$  в  $(\hbar \Omega) (ms^{-2})^{1/2} / (kT)^{3/2}$  раз больше, чем без поля (зависимость (7) вместо обычного  $T^3$ ) наблюдение этих столкновений по амплитуде квантовых осцилляций является очень трудной, а возможно и просто невыполнимой, экспериментальной задачей.

Автор благодарен И.Б. Левинсону и Э.А. Канеру за полезные дискуссии и также С.Прэйлину и Д.Шенбергу, любезно приславшим подробные данные об экспериментах [1] до их опубликования в статье.

Институт физики твердого тела  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
11 июля 1972 г.

### Литература

- [1] C.J. Palin, Ph. D. Dissertation. Cambridge University, 1971.
  - [2] S. Engelsberg, G. Simpson. Phys. Rev. B2, 1657, 1970.
-