

Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 5, стр. 298 – 301

5 сентября 1972 г.

**УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ
ПРИ ПОЛНОМ ВНУТРЕННЕМ ОТРАЖЕНИИ
ОТ ОБЛАСТИ ИНВЕРСНОЙ НАСЕЛЕННОСТИ**

Г. Н. Романов, С. С. Шахиджанов

Решение задачи о прохождении и отражении электромагнитных волн на границе раздела двух сред, каждая из которых характеризуется своей комплексной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_m = \epsilon'_m + i\epsilon''_m$ ($m = 1, 2$) определяется уравнением Максвелла вместе с условиями сшивания на границе раздела и условием излучения на бесконечности.

Общее решение задачи удобно представить в виде суперпозиции плоских волн, коэффициенты отражения и прохождения которых в случае плоской границы имеют особенно простые выражения. Но в эти выражения мнимая часть диэлектрической проницаемости входит квадратично, и может показаться поэтому, что коэффициент отражения от границы раздела двух сред не зависит от того, является ли отражающая среда поглощающей ($\epsilon'' > P$) или инверсной ($\epsilon'' < 0$). И это действительно так, если угол падения волны меньше угла полного внутреннего отражения. Однако при "полном внутреннем отражении" от области инверсной населенности коэффициент отражения оказывается больше единицы! Это является следствием отбора типа решения уравнения Максвелла в зависимости от знака ϵ'' .

Предположим для простоты, что плоская волна падает из прозрачной среды ($\epsilon'_1 = \epsilon_0$, $\epsilon''_1 = 0$) на плоскую границу инверсной среды

$(\epsilon_2 = \epsilon' + i\epsilon'', \epsilon'' < 0)$. Тогда решение уравнения Максвелла $\Delta E + k^2(\epsilon_m + i\epsilon_m'')E = 0$, $k = \omega/c$ совместно с условиями сшивания на границе электрического и магнитного полей дает для случая, когда электрический вектор падающей волны перпендикулярен плоскости падения, следующее выражение коэффициента отражения: (θ – угол падения)

$$|R|^2 = 1 - \frac{4\nu' \cos \theta}{(\nu' + \cos \theta)^2 + (\nu'')^2}. \quad (1)$$

Здесь $k\nu'\sqrt{\epsilon_0}$ и $k\nu''\sqrt{\epsilon_0}$ являются проекциями комплексного волнового вектора на ось z , направленную из первой среды во вторую и перпендикулярную поверхности раздела. В силу граничных условий ν' и ν'' связаны соотношением:

$$\nu' + i\nu'' = \sqrt{(\epsilon'/\epsilon_0) - \sin^2 \theta + [i(\epsilon''/\epsilon_0)]}. \quad (2)$$

Из (1) следует, что если $\nu' < 0$, то модуль коэффициента отражения больше единицы. Необходимым условием этого является эффект полного внутреннего отражения на границе раздела сред, что возможно, если $(\epsilon'/\epsilon_0) < 1$. Действительно, при полном внутреннем отражении $((\epsilon'/\epsilon_0) - \sin^2 \theta < 0)$ вектор $\epsilon = (\epsilon'/\epsilon_0) - \sin^2 \theta + [i(\epsilon''/\epsilon_0)]$ лежит в третьем квадрате комплексной плоскости, а корень из ϵ – во втором. Следовательно $\nu' < 0$, $\nu'' > 0$ и коэффициент отражения больше единицы. Сопряженный корень соответствует решению, неограниченно возрастающему на бесконечности, и его необходимо отбросить. Для того, чтобы показать это, достаточно решить уравнение Максвелла для случая, когда инверсная среда, помимо границы с первой, прозрачной средой (плоскость $z = 0$), имеет также границу с поглощающей средой (плоскость $z = d$), а затем устремить d к бесконечности. Тогда из двух возможных решений останется одно, как раз удовлетворяющее указанным свойствам корня и непрерывное по ϵ'' , так что решение для инверсной среды непрерывным образом получается из решения для поглощающей среды при изменении ϵ'' от положительных к отрицательным значениям.

Из приведенного способа выбора типов решения следует, что коэффициент отражения электромагнитной волны, падающей из оптически менее плотной в оптически более плотную среду $(\epsilon'/\epsilon_0) > 1$, как в случае $\epsilon'' > 0$, так и в случае $\epsilon'' < 0$ является гладкой непрерывной функцией угла падения, модуль которой меньше единицы.

Если волна падает из оптически более плотной в оптически менее плотную поглощающую среду ($\epsilon'' > 0$), то коэффициент отражения не превышает единицы, оставаясь непрерывной функцией во всей области изменения угла падения. При падении волны на оптически менее плотную непоглощающую среду коэффициент отражения также не превышает единицы, но при угле полного внутреннего отражения θ_0 , определяемого условием $\sin^2 \theta_0 = \epsilon'/\epsilon_0$, имеет излом – разрыв производной. В случае же инверсной среды при угле полного внутреннего отражения раз-

рыв имеет сам коэффициент отражения, причем при $\theta = \theta_0 - 0$ $|R| < 1$, а при $\theta = \theta_0 + 0$ $|R| > 1$.

Усиление падающей волны при полном внутреннем отражении от инверсной среды имеет простое физическое объяснение: так как проекция на ось z вектора Умова – Пойтинга, усредненная по времени и координате, имеет вид:

$$\langle S_z \rangle \sim \frac{2 \nu' \cos^2 \theta}{(\nu' + \cos \theta)^2 + (\nu'')^2}, \quad (3)$$

то условие $\nu' < 0$ (при котором $|R| > 1$) означает распространение потока энергии из второй инверсной среды, в первую. Сравнение выражений для $|R|^2$ и $\langle S_z \rangle$ позволяет сделать вывод, что падающий, или, если можно так сказать, затрачовый поток, которому в выражении для $|R|^2$ соответствует единица, вызывает стимулированные переходы в инверсной среде, обуславливая тем самым усиление отраженной волны. Максимальное значение коэффициента отражения при любых ϵ''/ϵ_0 и ϵ'/ϵ_0 достигается вблизи угла полного внутреннего отражения $\theta = \theta_0 + 0$ (рис. 1). Но беспрецедентное увеличение инверсной населенности не озна-

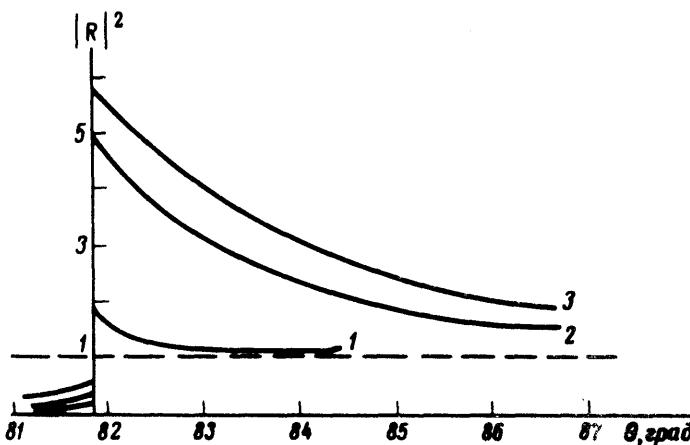


Рис. 1. Зависимость квадрата модуля коэффициента отражения ($|R|^2$) от угла падения θ при фиксированном значении отношения $\epsilon'/\epsilon_0 = 0,98$ и различных значениях отношения $|\epsilon''|/\epsilon_0$: 1 – 10^{-3} , 2 – 10^{-2} , 3 – $2 \cdot 10^{-2}$

част неограниченного возрастания его величины: при условии, что так называемый эффективный коэффициент преломления $n = (\epsilon' + |\epsilon''|)$: ϵ_0 равен единице, вблизи угла $\theta = \theta_0 + 0$ достигается max. maxima $|R|^2$, приблизительно равный e^2 (рис. 2). Это объясняется тем, что при полном внутреннем отражении с увеличением инверсной населенности глубина проникновения поля в инверсную среду d уменьшается. Например при $|\epsilon''|/\epsilon_0 = 10^{-4}$ $d \lesssim 30\lambda$, а при $|\epsilon''|/\epsilon_0 = 10^{-2}$ $d \lesssim 3\lambda$. Анало-

гично, в приближении геометрической оптики большему линейному коэффициенту усиления инверсной среды K соответствует меньший путь ℓ , проходимый в ней падающим лучом, а верхняя граница произведения $K\ell$ есть величина одинаковая для всех ϵ'/ϵ_0 и ϵ''/ϵ_0 , так что $|R|^2 \leq e^{K\ell} \leq e^2$. Приведенные результаты справедливы для обеих типов поляризации падающей волны.

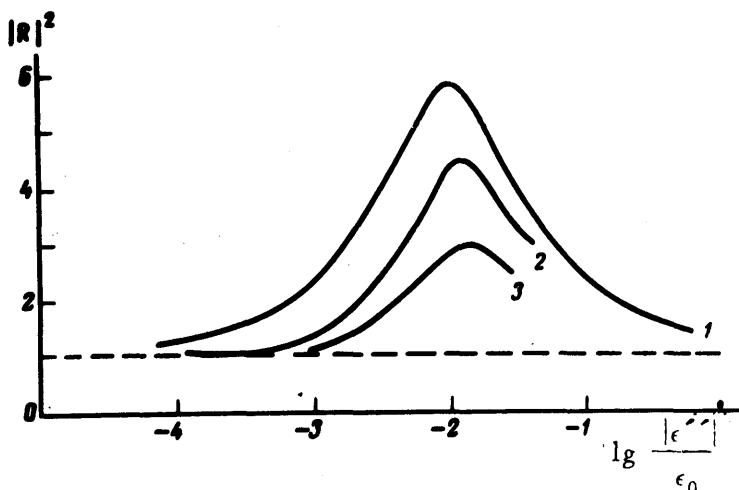


Рис. 2. Стависимость квадрата модуля коэффициента отражения ($|R|^2$) от $lg |\epsilon''/\epsilon_0|$ при фиксированном отношении $\epsilon'/\epsilon_0 = 0,99$ и различных углах падения:
1 — падение под углом полного внутреннего отражения $\theta_0 \approx 84^{\circ}17'$, 2 — $\theta = 84^{\circ}50'$, 3 — $\theta = 85^{\circ}57'$

В заключение авторы выражают благодарность Л.Н.Курбатову, В.И. Стafeеву и Е.М.Кузнецовой за внимание к работе и плодотворную дискуссию.

Поступила в редакцию
24 июля 1972 г.