Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 6, стр. 308 – 311 *5 сентября 1972 г.*

О СТАЦИОНАРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОЙ ПЛАЗМЫ

В. В. Пустовалов, В. П. Силин

Явление аномально быстрой передачи плазме энергии мощных потоков излучения, теоретически предсказанное ранее [1], обусловлено возникновением параметрической неустойчивости плазмы. Для необходимой полноты понимания этого явления большое значение имеет развитие представлений о турбулентном состоянии плазмы, возникающем в процессе эволюции параметрической неустойчивости. Полученные на сегодняшний день результаты в теории стационарной турбулентности параметрически неустойчивой плазмы связаны с учетом нелинейного взаимодействия нарастающих плазменных возмущений, обусловленного вынужденным рассеянием волн на частицах. Именно рассеяние ионно-звуковых волн на ионах позволило получить стационарный уровень флуктуаций турбулентной неизотермической плазмы в поле сильной волны накачки [2] (см. также [3]). Затем также благодаря рассеянию волн на частицах в работах [4,5] был в несколько измененных условиях снова получен стационарный уровень турбулентности.

Учитываемые в работах [2 – 5] явления вынужденного рассеяния волн на частицах представляют собой отнюдь не все нелинейные процессы взаимодействия волн с частицами плазмы в том же приближении разложения по степеням интенсивности плазменных флуктуаций. В настоящем сообщении мы хотели бы обратить внимание на роль нелинейного сдвига частоты плазменных колебаний в установлении стационарного уровня турбулентности параметрически неустойчивой плазмы. Стабилизирующее влияние такого сдвига частоты демонстрируется на примере апериодической параметрической неустойчивости, которая в отличие от неустойчивости типа комбинационного рассеяния или, что то же самое, распада волны накачки на высокочастотную плазменную и низкочастотную ионно-звуковую имеет, по-видимому, более универсальное значение.

Апериодические возмущения в параметрически возбуждаемой плазме нарастают совместно с плазменным колебанием на частоте ω_0 волны накачки. Поэтому для прояснения роли нелинейных процессов в стабилизации параметрической неустойчивости рассмотрим сначала нелинейное дисперсионное уравнение высокочастотных плазменных колебаний

$$\epsilon(\omega,\mathbf{k}) + \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} W(\mathbf{k}')\, Q(\mathbf{k},\mathbf{k}') = 0. \qquad (1)$$

Здесь $\epsilon(\omega,\mathbf{k})$ – линейная продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, $W(\mathbf{k})$ – спектральная плотность энергии плазменных колеба-

ний, а ядро $Q(\mathbf{k},\mathbf{k}')$ определяется соотношением

$$Q(\mathbf{k},\mathbf{k}') = 2\pi \frac{e^2}{m^2} \left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{kk'}\right)^2 \frac{(\mathbf{k}-\mathbf{k}')^2}{(\omega\omega')^2} \frac{\delta\epsilon_e(\omega-\omega',\mathbf{k}-\mathbf{k}')}{\epsilon(\omega-\omega',\mathbf{k}-\mathbf{k}')} \times$$

$$\times [1+\delta\epsilon_i(\omega-\omega',\mathbf{k}-\mathbf{k}')],$$

в котором e и m – заряд и масса электрона; ω, ω' и $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$ – частоты и волновые векторы взаимодействующих плазменных колебаний, $\delta\epsilon_e$ и $\delta\epsilon_i$ – парциальные диэлектрические проницаемости электронной и ионной компонент плазмы, так что $\epsilon = 1+\delta\epsilon_e+\delta\epsilon_i$. Имея в виду малость нелинейного сдвига частоты $\delta\omega(\mathbf{k})$, из действительной части уравнения (1) находим (ω_p – плазменная частота, r_{D_e} – дебаевский радиус электронов):

$$\omega = \omega(\mathbf{k}) + \delta\omega(\mathbf{k}); \quad \omega(\mathbf{k}) = \omega_p\left(1+\frac{3}{2}k^2 r_{D_e}^2\right);$$

$$\delta\omega(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2}\omega(\mathbf{k})\int\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} W(\mathbf{k}')\,\mathrm{Re}\,Q(\mathbf{k},\mathbf{k}'). \qquad (2)$$

Мнимая часть уравнения (1) дает обычное выражение для линейного декремента затухания $\tilde{\gamma}(\mathbf{k})$ высокочастотных плазменных волн (ν_{ei} – частота кулоновских столкновений электронов с ионами, v_{T_e} – тепловая скорость электронов)

$$\tilde{\gamma}(\mathbf{k}) = \frac{\nu_{ei}}{2} + \sqrt{\pi/8}\,\frac{\omega_p}{(kr_{D_e})^3}\exp[-(1/2)(\omega_0/kv_{T_e})^2]$$

и нелинейную добавку $\delta\gamma(\mathbf{k})$ к затуханию, которая, вообще говоря, может быть сравнима с $\tilde{\gamma}$:

$$\delta\gamma(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}\omega(\mathbf{k})\int\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} W(\mathbf{k}')\,\mathrm{Im}\,Q(\mathbf{k},\mathbf{k}'). \qquad (3)$$

Выражения (2) и (3) могут быть добавлены в формулы обычной теории порогов апериодической параметрической неустойчивости плазмы [6] к частоте плазменных колебаний и их декременту затухания соответственно. После такого добавления условие равенства нулю инкремента параметрической неустойчивости приводит к соотношению, определяющему стационарный уровень турбулентности:

$$(\tilde{\gamma}+\delta\gamma)^2 + \Delta\omega_0 - \delta\omega)^2 = \frac{\omega_p}{4}\,\frac{(\mathbf{k}r_E)^2}{k^2(r_{D_e}^2+r_{D_i}^2)}(\Delta\omega_0-\delta\omega). \qquad (4)$$

Здесь $r_E \equiv (eE_0/m\omega_0^2)$ – амплитуда осцилляций электрона в поле волны накачки с напряженностью электрического поля E_0, r_{D_i} – дебаевский радиус ионов, а $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega(k) < 0$. Из уравнения (4) следует, что при напряженности электрического поля волны накачки, превышающей пороговое значение $E_{пор}$, определенное линейной теорией параметрического резонанса [6] (N_e, N_i и T_e, T_i – плотность и температура электронов и ионов, κ – постоянная Больцмана)

$$E^2_{пор} = 16\pi \frac{\nu_{ei}}{\omega_p} (N_e \kappa T_e + N_i \kappa T_i),$$

нелинейная стабилизация апериодической параметрической неустойчивости возможна и при $\tilde{\gamma} >> \delta\gamma$, т.е. только за счет нелинейного сдвига $\delta\omega$ частоты высокочастотных плазменных колебаний. Этим простым случаем мы и ограничимся. Такая нелинейная стабилизация оказывается возможной благодаря отрицательному значению ($\delta\omega < 0$) нелинейного сдвига частоты (2), увеличивающему согласно (4) отрицательную расстройку $\Delta\omega_0$.

Недалеко от порога область волновых векторов, отвечающих апериодической параметрической неустойчивости, ограничена узким интервалом значений волновых чисел вблизи k_0 (принимаем $\tilde{\gamma}(k) \approx \nu_{ei}/2$)

$$k_0 = \frac{1}{r_{D_e}} \sqrt{\frac{\nu_{ei} + 2(\omega_0 - \omega_p)}{\omega_p}} \qquad (5)$$

и узким конусом направлений с осью вдоль вектора напряженности электрического поля накачки E_0. Поэтому в легко выполнимых условиях (v_{T_i} – тепловая скорость ионов)

$$(k - k')^2 r^2_{D_i} < 1, \quad \frac{3}{2}\omega_p (k^2 - k'^2) r^2_{D_e} < |k - k'| v_{T_i}$$

нелинейный сдвиг частоты плазменных колебаний в околопороговой области

$$\delta\omega(k) = -\frac{\omega_p}{8}\left(\frac{eE}{m\omega_p^2}\right)^2 \frac{1}{r^2_{D_e} + r^2_{D_i}}$$

не зависит от волнового вектора и определяется эффективной напряженностью их электрического поля E:

$$\int \frac{dk}{(2\pi)^3} W(k) = \frac{E^2}{8\pi}.$$

Величина поля E, характеризующая уровень стационарной турбулентности, находится решением уравнения (4), в котором следует учесть, что для волнового числа (5) расстройка $\Delta\omega_0 = -(\nu_{ei}/2)$ определяется декрементом затухания $\tilde{\gamma}$. При этом оказывается, что вблизи

порога эффективная напряженность электрического поля высокочастотных плазменных колебаний имеет вид:

$$E^2 = (E_0^4 - E_{\text{пор}}^4)^{1/2} - (E_0^2 - E_{\text{пор}}^2). \qquad (6)$$

Принимая во внимание связь между уровнями апериодического возмущения и высокочастотного плазменного колебания при параметрической раскачке, с помощью формулы (6) нетрудно получить величину эффективной напряженности электрического поля E_a апериодического возмущения в плазме (e_i – заряд иона):

$$E_a^2 = \frac{4}{3} E_{\text{пор}}^{3/2} (E_0 - E_{\text{пор}})^{1/2} \frac{e_i}{|e|} T_e T_i^2 \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \left[\frac{\nu_{ei}}{\omega_0} + \frac{2(\omega_0 - \omega_p)}{\omega_0} \right] \times$$

$$\times \left(T_i + \frac{e_i}{|e|} T_e \right)^{-3}$$

При большем превышении E_0 над порогом $E_{\text{пор}}$ в обсуждаемом турбулентном состоянии плазмы, представленном узкой областью пространства околопороговых волновых векторов, эффективная напряженность электрического поля E высокочастотных плазменных колебаний не превосходит значения $E_{\text{пор}}$. Уравнение (4) может быть использовано также для описания стационарного турбулентного состояния и в гораздо более широкой области пространства волновых векторов (например, при значительном удалении от порога).

Благодарим В.Т.Тихончука за обсуждение.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 августа 1972 г.

Литература

[1] В.П.Силин. ЖЭТФ, 48, 1679, 1965.

[2] В.В.Пустовалов, В.П.Силин. ЖЭТФ, 59, 2215, 1970.

[3] В.В.Пустовалов, В.П.Силин. Сб. "Краткие сообщения по физике" ФИАН СССР, № 8, 46, 1972.

[4] D.F.Dubois, M.V.Goldman. Phys. Rev. Lett., 28, 218, 1972.

[5] E.Valeo, C.Oberman, F.W.Perkins. Phys. Rev. Lett., 28, 340,1972.

[6] Н.Е.Андреев, А.Ю.Кирий, В.П.Силин. ЖЭТФ, 57, 1024, 1969.