ТЕОРИЯ "СТУПЕНЕЙ" ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУННЕЛЬНОГО ТОКА ДЖОЗЕФСОНА

И.О.Кулик

В работе Дмитренко, Янсона и Свистунова [1], посвященной изучению туннельного эффекта Джозефсона [2], обнаружен ряд особенностей перехода от сверхпроводящего туннелирования к одночастичному туннелированию в магнитном поле. Эти особенности проявляются в том, что вольт-амперная характеристика туннельного перехода состоит из "ступеней", расстояние между которыми по оси напряжений V одинаково и не зависит от H, а высота ступеней по оси тока сильно зависит от величины приложенного магнитного поля, принимая максимальное значение в поле, пропорциональном напряжению ступени. В данной работе построена теория этих явлений. При этом мы исходим из гипотезы, высказанной в [1] (см. также [3]), согласно которой причиной данных эффектов является взаимодействие переменного тока Джозефсона с полем электромагнитных колебаний в диэлектрической полости между сверхпроводниками.

Геометрия туннельного перехода показана на рис. I. Магнитное поле H приложено вдоль оси y: $H = H_y$; электрическое поле внутри перехода можно считать постоянным и равным $E_x = V/d$, где V -прикладываемое смещение. При туннелировании Джозефсона возникает сверхпроводящий ток, равный, согласно [2] ,

$$j_x = j_s \cdot \sin\varphi, \tag{I}$$

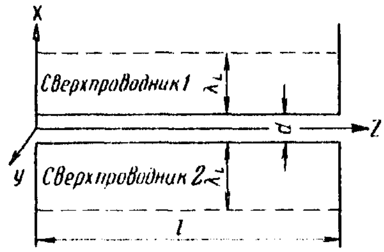

Рис. I

где φ - разность фаз сверхпроводников I и 2. При $H \neq 0$, $V \neq 0$ этот ток будет меняться как в пространстве, так и во времени, что, в свою очередь, вызовет появление переменного электромагнитного поля. Связь между током и полем внутри перехода дается уравнением Максвелла

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} j_x + \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t}. \tag{2}$$

Согласно Джозефсону [2],

$$V(z,t) = \frac{\hbar}{2e}\frac{\partial\varphi}{\partial t}; \quad H_y(z,t) = -\frac{\hbar c}{4e\lambda_L}\frac{\partial\varphi}{\partial z} \tag{3}$$

(λ_L - лондоновская глубина проникновения, $\lambda_L \gg d$).

Вставляя (3) в (2) и используя (I), придем к уравнению:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{\bar{c}^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{\lambda_j^2}\sin\varphi, \tag{4}$$

где $\lambda_j^2 = \hbar c^2/16\pi e\lambda_L j_s$ представляет квадрат "джозефсоновской глубины проникновения" для слабой сверхпроводимости (см. [2,4]), а $\bar{c} = c\,(d/2\varepsilon\lambda_L)^{1/2}$ – скорость распространения замедленных электромагнитных волн в слое изолятора между сверхпроводниками (см. [3,5]).

Уравнение (4), аналогичное соответствующему уравнению работы [3] , обобщает уравнение Феррела-Прэнджа [4] на нестационарный случай. Это уравнение может быть применено для описания взаимодействия тока Джозефсона с порождаемым им электромагнитным полем. Действительно, уравнение (4) является нелинейным, вследствие чего амплитуда возникающего поля (3), в принципе, может быть найдена путем его решения.

В данной работе мы исследуем случай, когда λ_j велико по сравнению с шириной перехода ℓ (см.ниже (10)). При этом нелинейный член $\lambda_j^{-2}\sin\varphi$ в (4) может быть учтен по теории возмущений. Заметим, однако, что при этом в левую часть уравнения (4) должно быть добавлено слагаемое, описывающее затухание, которое мы запишем в виде $-\frac{1}{\bar{c}^2}\frac{1}{\tau}\frac{\partial\varphi}{\partial t}$, где τ – характерное время релаксации, пропорциональное добротности системы Q ($Q=\omega\tau$). Решение (4) может быть получено в виде

$$\varphi(z,t)=\varphi_0-kz+\omega t+\Phi(z,t), \qquad (5)$$

где k и ω – волновой вектор и частота тока Джозефсона, пропорциональные, согласно (3), внешнему магнитному полю H и постоянной разности потенциалов V, а $\Phi(z,t)$ – малая добавка. Для постоянной составляющей тока Джозефсона

$$\bar{j}=\frac{1}{\ell}\int_0^\ell \overline{j(z,t)}\,dz \cong j_s\frac{1}{\ell}\int_0^\ell \overline{\cos(\varphi_0-kz+\omega t)\,\Phi(z,t)}\,dz$$

(черта означает усреднение по времени) получим ($\omega\neq 0$):

$$\bar{j}(\omega,H)\cong j_s\frac{\bar{c}^2}{4\lambda_j^2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)\frac{\omega/\tau}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+\omega^2/\tau^2}, \qquad (6)$$

где ω_n – дискретные частоты ($\omega_n=\bar{c}\cdot(\pi n/\ell)$), а a_n и b_n – коэффициенты разложения $\sin kz$ и $\cos kz$ в ряд по $\cos(\pi n z/\ell)$

в интервале $(0,\ \ell)$, равные

$$a_n = \frac{1-\cos(k+k_n)\ell}{(k+k_n)\ell} + \frac{1-\cos(k-k_n)\ell}{(k-k_n)\ell}; \qquad (7)$$

$$b_n = \frac{\sin(k+k_n)\ell}{(k+k_n)\ell} + \frac{\sin(k-k_n)\ell}{(k-k_n)\ell}; \qquad k_n = \frac{\pi n}{\ell}.$$

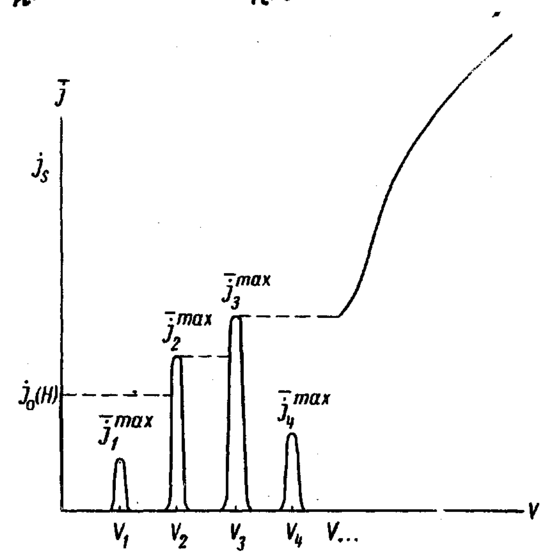

Рис. 2

Форма зависимости $\bar{j}$ от $\omega = 2eV/\hbar$ показана на рис. 2. Она состоит из ряда резонансных максимумов при смещениях $V_n = \hbar\omega_n/2e$ (заметим, что в экспериментах, в которых задается ток и измеряется V (см. [I]), должна наблюдаться ступенчатая кривая, показанная на рис. 2 пунктиром). Вблизи n-го "резонанса" ($\omega \approx \omega_n$) распределение поля имеет вид: $V'(z,t) \approx A_n(t)\cos(\pi n z/\ell)$. При этом V' имеет пучность на границах перехода [I]. Согласно [I], такие волны имеют наименьшие потери, т.е. наибольшие Q, вследствие чего их интенсивность велика по сравнению с другими типами колебаний. Как следует из (6), (7), величина n-го максимума (ступени) при $\omega \approx \omega_n$ равна

$$\bar{j}_n^{max}(H) = j_s\left(\frac{\ell}{2\pi n\lambda_j}\right)^2 Q_n \cdot F_n^2\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right), \qquad (8)$$

где $\Phi = 2H\lambda_L\ell$ – магнитный поток внутри перехода, Φ_0 – квант магнитного потока ($= hc/2e$), а $F_n(x)$ – следующая функция:

$$F_n(x) = \frac{2}{\pi} \frac{x}{\left|x^2 - \left(\frac{n}{2}\right)^2\right|} \cdot \begin{cases} |\cos \pi x|, & n = 1, 3, 5, \ldots \\ |\sin \pi x|, & n = 2, 4, 6, \ldots \end{cases} \tag{9}$$

Полученная формула справедлива, как ясно из ее вывода, при условии малости $\bar{j}_n$ (Н) по сравнению с j_s, т.е. при

$$\left(\frac{\ell}{2\pi n \lambda_j}\right)^2 Q_n \ll 1. \tag{10}$$

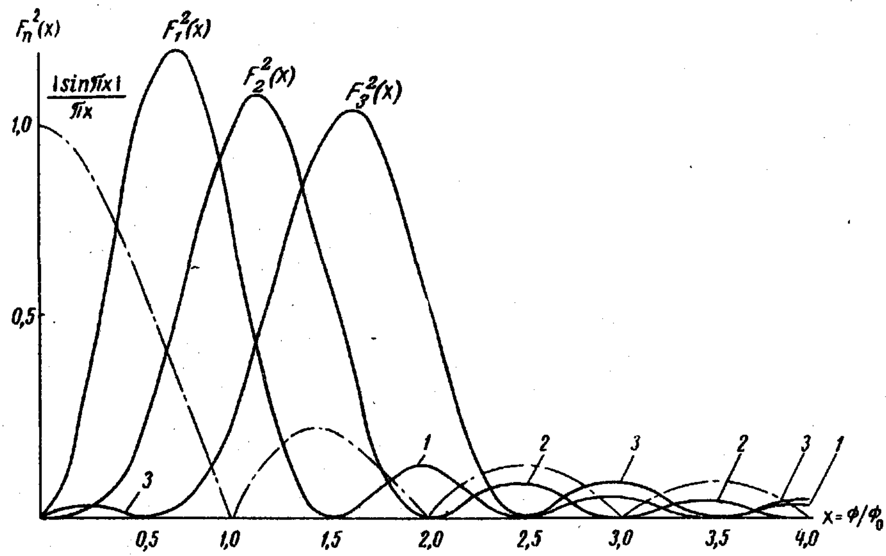

Рис. 3

Если добротность системы не слишком велика ($Q \lesssim 10$), то неравенство (10) выполняется даже для относительно толстых переходов с $\ell \sim \lambda_j$. Согласно (8), зависимость высоты ступеней от магнитного поля определяется квадратом функции $F_n(x)$, где $x = \Phi/\Phi_c = (2e\lambda_L \ell/\pi\hbar c)H$. Вид функций $F_n(x)$ приведен на рис. 3 (пунктиром на том же рисунке показана зависимость постоянного тока Джозефсона j_0 при $V = 0$ от магнитного поля [6–8] и др.) При большом n функция $F_n(x)$ имеет основной максимум, равный ~1 при $x \approx n/2$ и бесконечное число боковых максимумов значительно меньше интенсивности (рис. 3).

Легко видеть из (6), (8) и рис. 2, 3, что полученные результаты объясняют экспериментальные факты, обнаруженные в [1] :
1) кратность ступеней по напряжению: $V = V_n = (\hbar/2e)\bar{c}(\pi n/\ell)$;
2) максимальную высоту n-й ступени в магнитном поле, пропорцио-

нальном V_n : $H = H_n \approx V_n (\mathcal{E}/2\lambda_L d)^{1/2}$ (ср.также с [3]); 3) чередование минимумов и максимумов высоты ступеней в зависимости от магнитного поля. Кроме того, формула (8) определяет зависимость высоты ступеней от магнитного поля, которая может быть проверена на опыте. При этом желательно проведение эксперимента в условиях, когда задается напряжение V и измеряется ток, что позволит наблюдать вольт-амперную характеристику "резонансного"типа, показанную на рис. 2.

В заключение выражаю глубокую благодарность И.М.Дмитренко, И.К.Янсону и В.М.Свистунову за полезные обсуждения и за предоставление материалов работы [I] до ее опубликования.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступило в редакцию
12 июня 1965 г.

Литература

[I] И.М.Дмитренко, И.К.Янсон, В.М.Свистунов. ЖЭТФ, Письма в редакцию, 2, 17, 1965.

[2] B.D.Josephson. Phys. Lett., 1, 251, 1962; Revs.Mod. Phys., 36, 221, 1964.

[3] R.E.Eck, D.J. Scalapino, B.N. Taylor., Phys. Rev. Lett., 13, 15, 1964.

[4] R. A. Ferrell, R. E. Prange, Phys. Rev. Lett., 10, 479, 1963.

[5] J. C. Swihart, J. Appl. Phys., 32, 461, 1961.

[6] J. M. Rowell, Phys. Rev., Lett., 11, 200, 1963.

[7] И.К.Янсон, В.М.Свистунов, И.М.Дмитренко. ЖЭТФ, 47, 2091, 1964

[8] M. D. Fiske, Revs. Mod. Phys., 36, 221, 1964.