О НАГРЕВЕ ИОНОВ ЗА СЧЕТ НЕЛИНЕЙНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

Л.Коврижных

В линейной теории бесстолкновительное затухание поперечных волн в незамагниченной плазме отсутствует и поглощение их связано лишь с наличием электрон-ионных столкновений. При этом практически вся поглощаемая энергия расходуется на нагревание электронов. Энергия же ионов возрастает лишь в результате столкновений их с горячими электронами. В настоящей работе мы хотим обратить внимание на возможность непосредственного нагрева ионов, связанного с нелинейным поглощением поперечных волн, происходящим в результате процессов индуцированного рассеяния поперечных волн на ионах плазмы. С учетом этих процессов уравнение для ионной функции распределения $F(\vec{v},t)$ может быть записано в виде [1] :

$$\frac{\partial F}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial v_i} D_{ij} \frac{\partial F}{\partial v_j} \qquad (i,j=1,2,3), \qquad (1)$$

$$D_{ij}=\frac{1}{2M^2}\int d\vec{k}\, d\vec{k}_1 \frac{I(\vec{k})I(\vec{k}_1)}{\omega\,\omega_1}(k_i-k_{1i})(k_j-k_{1j})W^{t,t}(\vec{k},\vec{k}_1).$$

Здесь[1])

$$W^{t,t}(\vec{k},\vec{k}_1)=\frac{\pi Z^2}{4}\frac{\omega_0^4}{n^2}\frac{\delta(\Omega-\vec{q}\vec{v})}{\omega\,\omega_1}\left|\frac{\varepsilon_e^{\ell}(\Omega,\vec{q})-1}{\varepsilon^{\ell}(\Omega,\vec{q})}\right|^2\left(1+\cos^2\widehat{\vec{k}\vec{k}_1}\right), \qquad (2)$$

$$(\vec{q}=\vec{k}-\vec{k}_1, \quad \Omega=\omega-\omega_1)$$

– вероятность рассеяния иона со скоростью $\vec{v}$, при котором поглощается фотон с волновым вектором $\vec{k}_1$ и частотой $\omega_1=(\omega_0^2+k_1^2c^2)^{1/2}$ и излучается фотон с волновым вектором $\vec{k}$ и частотой $\omega=(\omega_0^2+k^2c^2)^{1/2}$, M и Z – масса и зарядовое число иона, c – скорость света, ω_0 – плазменная частота, n – электронная плотность, $\varepsilon^{\ell}=\varepsilon_e^{\ell}+\varepsilon_i^{\ell}-1$ – продольная диэлектрическая проницаемость электронно-ионной плазмы и, наконец, $I(\vec{k})$ – спектральная плотность энергии излучения в плазме, нормированная так, что $\int I(\vec{k})d\vec{k}=U$, где U – средняя плотность энергии поперечных волн. Строго говоря, уравнение (1) следует решать совместно с уравнением для спектральной плотности $I(\vec{k})$. Однако, имея в виду, что, как показывают несложные оценки, размеры плазмы в лабораторных условиях, как правило, много меньше характерной длины нелинейного поглощения, изменением $I(\vec{k})$ в (1), связанным с поглощением, можно пренебречь и считать ее заданной функцией, определяемой мощностью внешних источников. Не ставя перед собой задачу полного исследования уравнения (1), мы ограничимся здесь рассмотрением двух частных случаев, которые, с одной стороны, достаточно просты с математической точки зрения, а с другой стороны, представляют практический интерес.

1. Предположим, что в плазме вдоль оси z распространяются навстречу друг другу два пучка поперечных волн с одинаковым спектральным распределением, так что

$$I(\vec{k})=\frac{d\omega}{dk}\,I_0(\omega)\,\delta(k_x)\,\delta(k_y); \qquad \omega=\sqrt{\omega_0^2+k^2c^2}, \qquad (3)$$

где $I_0(\omega)$ – спектральная плотность энергии в одном из пучков, приходящаяся на единичный интервал частот ω, так что $\int I_0(\omega)d\omega = U$. В этом случае уравнение (I) принимает вид:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_z} D_{\parallel}(v_z)\frac{\partial F}{\partial v_z}; \qquad k^2(\omega) = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{c^2}; \tag{4}$$

$$D_{\parallel}(v_z) = \pi\left[\frac{ZT_i}{T_i + ZT_e}\right]^2 \frac{\omega_0^4}{n^2M^2}\int_{\omega_0}^{\infty} d\omega \frac{k^2(\omega)}{\omega^4} I_0(\omega)\left[I_0(\omega + 2kv_z) + I_0(\omega - 2kv_z)\right],$$

где T_e – электронная, а T_i – ионная температуры. Из соотношений (4) следует, что в результате нелинейного поглощения происходит увеличение лишь z-й компоненты скорости, параллельной направлению распространения поперечных волн.

Обозначим через $\Delta\omega \ll \omega_0$ характерную ширину спектра и предположим, что $I(\omega)$ отлична от нуля лишь внутри интервала $[\bar\omega, \bar\omega + \Delta\omega]$ [2]. Тогда, как следует из выражения для коэффициента $D_{\parallel}(v_z)$, он отличен от нуля только при $v_z < v_{max} = \Delta\omega/2k(\bar\omega)$. Иначе говоря, эффективное увеличение энергии ионов происходит лишь до тех пор, пока средняя тепловая скорость ионов v_{Ti} не превысит значения v_{max}, которое, таким образом, определяет фактически максимальную энергию ионов $\mathcal{E}_{max} = \frac{Mv^2}{2}{}_{max}$, достижимую при таком способе нагрева. Полагая, что функция $I_0(\omega) \approx \frac{U}{\Delta\omega}$ слабо меняется на интервале $\Delta\omega$, находим

$$D_{\parallel}(v_z) = 2\pi\left(\frac{ZT_i}{T_i + ZT_e}\right)^2 \frac{\omega_0^4}{n^2M^2}\frac{U^2k^2(\bar\omega)}{\bar\omega^4\Delta\omega}\begin{cases}\left[1 - \frac{v_z}{v_{max}}\right] & \text{при } v_z \le v_{max} \\ 0 & \text{при } v_z \ge v_{max}.\end{cases} \tag{5}$$

В случае, когда начальная температура ионов достаточно низка, так что $v_{Ti} \ll v_{max}$, зависимостью коэффициента диффузии от v_z можно пренебречь и для скорости изменения средней кинетической энергии ионов мы получаем следующее выражение [3]:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{Zn}\int \frac{Mv^2}{2} F d\vec{v} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{\tau}; \qquad t \lesssim \tau, \tag{6}$$

где характерное время

$$\tau = \frac{\mathcal{E}_{max}}{MD_{\parallel}} = \frac{1}{16\pi}\left(\frac{T_i + ZT_e}{ZT_i}\right)^2 \frac{\bar\omega^4}{\omega_0^4}\frac{\Delta\omega}{\bar\omega^2 - \omega_0^2}\left(\frac{\Delta\omega}{\bar\omega}\right)^2\left(\frac{nMc^2}{U}\right)^2 \tag{7}$$

2. Рассмотрим теперь второй случай, когда интенсивность излучения не зависит от углов, т.е.

$$I(\vec{k}) = \frac{d\omega}{dk}\,\frac{I_0(\omega)}{4\pi k^2(\omega)}\,. \tag{8}$$

При этом процесс нагрева будет носить, очевидно, изотропный характер и уравнение (I) примет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{v^2}\,\frac{\partial}{\partial v}\,v^2 D(v)\,\frac{\partial F}{\partial v}\,, \tag{9}$$

$$D(v) = \frac{\pi}{8}\left(\frac{ZT_i}{T_i+ZT_e}\right)^2 \frac{\omega_0^4}{n^2M^2}\int\limits_{\omega_0}^{\infty}\frac{d\omega\, I_0(\omega)}{v^3\omega^4 k(\omega)}\int\limits_{\omega}^{\omega+2kv} d\omega_1(\omega-\omega_1)^2\left[1+\left(\frac{\omega-\omega_1}{kv}+1\right)^2\right] I_0(\omega_1).$$

Отсюда следует, что, хотя в этом случае коэффициент диффузии $D(v)$ и не обращается в нуль ни при каких значениях скорости v, при $v \ll v_{max}$ он практически не зависит от v, а при $v \gg v_{max}$ начинает убывать обратно пропорционально v^3. Последнее приводит к тому, что, подобно одномерному случаю, наиболее эффективный нагрев ионов происходит лишь до тех пор, пока энергия ионов $\mathcal{E}(t)$ не превысит значение $\mathcal{E}_{max}$, а затем резко замедляется. Если $I_0(\omega) \approx \frac{U}{\Delta\omega}$ слабо меняется на интервале $\Delta\omega$, то

$$D(v) = \frac{7\pi}{15}\left(\frac{ZT_i}{T_i+ZT_e}\right)^2 \frac{\omega_0^4}{n^2M^2}\,\frac{U^2k^2(\omega)}{\bar{\omega}^4\Delta\omega}\begin{cases} 1-\frac{11}{14}\frac{v}{v_{max}} & \text{при } v \le v_{max} \\ \frac{5}{14}\left(\frac{v_{max}}{v}\right)^3\left[1-\frac{6}{5}\frac{v_{max}}{v}+\frac{4}{5}\left(\frac{v_{max}}{v}\right)^2\right] & \text{при } v \ge v_{max}. \end{cases} \tag{I0}$$

Следовательно, при достаточно малых начальных температурах ионов, когда $\mathcal{E}(0) \ll \mathcal{E}_{max}$, величиной v/v_{max} в (I0) можно пренебречь и скорость увеличения энергии будет определяться соотношением (6) с той лишь разницей, что входящий в выражение (7) для характерного времени τ числовой коэффициент I/I6 следует заменить на 5/56.

В качестве примера, позволяющего оценить эффективность нагрева, положим, что начальные температуры электронов и ионов водородной плазмы с плотностью $n \le 3.10^{11}$ см$^{-3}$ одинаковы, $\bar{\omega} = 10^{11}$сек$^{-1}$, $U = 10^2$ эрг/см^3 и $\Delta\omega/\omega = 10^{-3}$ (что соответствует напряженности высокочастотного поля порядка I0 кв и $\mathcal{E}_{max} \simeq 120$ эв). При этом получаем, что $\tau \simeq 10^{-5}$ сек, т.е. энергия ионов возрастает до ~120 эв за время ~10 мксек.

Таким образом, рассмотренный выше механизм нелинейного поглощения может служить одним из методов непосредственного нагрева ионов плазмы. Следует, однако, подчеркнуть, что из-за наличия в выражении для коэффициента диффузии множителя $[ZT_i/(T_i+ZT_e)]^2$ эффективность этого метода существенно зависит от отношения электронной и ионной температур и резко уменьшается для неизотермической плазмы с $T_e \gg T_i$.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
14 июня 1965 г.

Литература

[1] Л.Коврижных. ЖЭТФ, 48, 1114, 1965.

---

1) Мы ограничиваемся случаем незамагниченной плазмы, когда внешнее магнитное поле равно нулю.

2) Несложные оценки показывают, что для достаточно узких спектров, когда $\Delta\omega/\bar{\omega} \ll [mT_i^2/MT_e^2]^{1/4}$ (m - масса электрона), изменением энергии электронов, связанным с нелинейным поглощением, практически можно пренебречь.

3) При $t>\tau$ скорость возрастания энергии ионов резко уменьшается.