ВЕКТОРНОЕ СПАРИВАНИЕ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ МАЛЫХ РАЗМЕРОВ

А.И.Ларкин

В ряде работ [1,2] было предположено, что в некоторых сверхпроводниках спаривание электронов происходит в состоянии с орбитальным моментом, равным единице. При этом удавалось объяснить эксперименты по сдвигу Найта. Однако теоретическое рассмотрение векторного спаривания производилось для бесконечного пространства, а эксперимент был сделан на образцах с размерами много меньшими глубины проникновения магнитного поля.

Ниже показано, что векторное спаривание исчезает, когда размеры пары больше размера образца или длины пробега электронов. При обычном скалярном спаривании температура перехода не зависит ни от размеров образца, ни от концентрации примесей. Такое различие возникает из-за того, что при векторном спаривании волновая функция пары F зависит от направления относительного импульса электронов, образующих пару, и исчезает, когда неопределенность в импульсе становится порядка размеров пары.

Рассмотрим сначала влияние примесей на векторное спаривание. Усреднение уравнений для функций Грина производится так же, как и при скалярном спаривании [4], и приводит к появлению собственно энергетических частей $\bar{G}$ и $\bar{F}$

$$(i\omega_n + i\bar{G} - \xi)G + (\Delta + \bar{F})F^+ = 1,$$

$$(i\omega_n + i\bar{G} + \xi)F^+ + (\Delta^+ + \bar{F}^+)G = 0, \qquad (I)$$

где $\bar{G} = in\int |u(\vec{p}-\vec{p}')|^2 G(\vec{p}')\frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3}$; $\bar{F} = n\int |u(\vec{p}-\vec{p}')|^2 F(\vec{p}')\frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3}$, (2)

n - концентрация примесей, $u(q)$ - фурье-компонента потенциала взаимодействия электрона с атомом примеси.

Будем считать, что во взаимодействии между электронами преобладает притяжение в p - состоянии (симметричное по спиновым индексам):

$$\hat{V} = g(\vec{n}\vec{n}')(\sigma^y\sigma^i)_{\alpha\beta}(\sigma^y\sigma^i)_{\gamma\delta}, \quad \vec{n} = \vec{p}/p_0. \qquad (3)$$

Входящая в (I) и (2) величина Δ является матрицей по спинорным индексам и удовлетворяет уравнению

$$\Delta_{\alpha\beta}(\vec{p}) = \sum_{\omega_n}\int V_{\alpha\beta\gamma\delta}(\vec{p},\vec{p}')F_{\delta\gamma}(\vec{p}')\frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3}. \qquad (4)$$

Уравнения (I) и (4) имеют несколько решений. Наименьшей энергии соответствует решение, у которого равные единице спиновые и орбитальные моменты пары складываются в нулевой полный момент, т.е. $\Delta_{\alpha\beta}(\vec{p}) = \sigma^{y}(\vec{\sigma}\vec{n})\Delta$. Уравнения (I) сохраняют свой вид после исключения спиновой и угловой зависимости. Существенное отличие от скалярного спаривания возникает в формулах (2). $\vec{G}$, как и в случае скалярного спаривания, пропорционально полному сечению рассеяния на примеси, а в $\vec{F}$ входит первая гармоника от сечения, так как $F'(\vec{p})$ пропорциональна первой гармонике вектора $\vec{p}$. Решение уравнений (I), (2) и (4) удобно записать параметрически:

$$\omega_n = \Delta \operatorname{tg}\varphi - \sin\varphi / 2\tau_{tr}, \quad 1 = g\rho \sum_{\omega_n} \cos\varphi, \quad \tau_{tr}^{-1} = \frac{nmp_0}{(2\pi)^2} \int |u(\theta)|^2 (1-\cos\theta)\, d\Omega. \quad (5)$$

Уравнение для критической температуры получается из (5) при $\Delta \to 0$.

$$1 = g\rho \sum_{\omega_n} \frac{1}{|\omega_n| + \frac{1}{2\tau_{tr}}}, \quad \ln\frac{T_{c0}}{T_c} = \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi\tau_{tr}T}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right). \quad (6)$$

При $\tau_{tr} = \Delta^{-1}$ критическая температура обращается в нуль.

Формулы, аналогичные формулам (5), (6), получаются в задачах о сверхпроводнике с парамагнитными примесями [4] и о сверхпроводнике малых размеров в сильном магнитном поле [5,6]. В работе [6] приведены формулы и графики для термодинамических величин. В этих формулах следует заменить параметр α на $(2\tau_{tr})^{-1}$.

Сверхпроводник малых размеров ведет себя так же, как грязный сверхпроводник с длиной пробега электрона порядка размеров образца. Чтобы убедиться в этом, напишем уравнение для критической температуры:

$$\Delta_{\alpha\beta}(\vec{p},\vec{r}) = \sum_{\omega} \int V_{\alpha\beta\gamma\delta}(\vec{p}\vec{p}') G^{0}_{\omega}(\vec{r},\vec{r}') G^{0}_{-\omega}(\vec{r},\vec{r}') \Delta_{\delta\gamma}(\vec{p}',\vec{r}')\, dp'\, dr'. \quad (7)$$

Здесь $G^{0}(\vec{r},\vec{r}')$ – гриновские функции электрона, взаимодействующего со стенками образца. При решении линейного интегрального уравнения (7) воспользуемся вариационными принципами, считая, что решение имеет вид $\Delta = \sigma^{y}(\vec{\sigma}\vec{p})\Delta$ и не зависит от $\vec{r}$. Для вычисления функций Грина электрона в образце конечных размеров используем метод классических траекторий [7,8]. В результате уравнение (7) примет вид:

$$1 = g\rho \sum_{\omega} \int_0^{\infty} dt\, e^{-2|\omega|t} \varphi(t); \quad \varphi(t) = \langle (\vec{n}\vec{n}_1)\, w(\vec{n},\vec{n}_1,t) \rangle, \quad (8)$$

где $w(\vec{n},\vec{n}_1,t)$ – вероятность того, что электрон, имевший импульс $p_0\vec{n}$ при $t=0$, будет иметь импульс $p_0\vec{n}_1$ в момент t. Скобки $\langle\ \rangle$ означают усреднение по начальным и суммирование по конечным состояниям с энергией на поверхности Ферми.

При рассеянии на примесях $\varphi(t)=exp(-t/\tau_{tr})$ и из (8) получается формула (6). В малом образце $\varphi(t)$ имеет более сложный вид, но существенно, что после нескольких столкновений со стенками корреляция между направлениями импульсов исчезает и $\varphi(t)$ убывает за время $t\sim R/v$. Вычисляя интеграл в (8) с логарифмической точностью, получим:

$$1=g\rho\ \ln\frac{\omega_D R_c}{v}, \qquad R_c\simeq v/\Delta_0. \tag{9}$$

Таким образом критические размеры образца порядка размера пары.

Выше рассматривался только один вид состояния с векторным спариванием. Однако уравнение (7), определяющее критическую температуру, справедливо и для других решений [9]. При исследовании на устойчивость нормального состояния оно определяет точку, при которой амплитуда рассеяния электронов имеет полюс при нулевой частоте. Дальнейшее уменьшение температуры приведет к возникновению в нормальном состоянии нарастающих возбуждений.

Итак, эксперименты по сдвигу Найта [3] нельзя объяснить существованием векторного спаривания. Пока единственным объяснением для них может служить спин-орбитальное взаимодействие с примесями [10,6].

Автор благодарен И.А.Привороцкому за ценные советы.

Московский
Физико-технический институт

Поступило в редакцию
25 июня 1965 г.

Литература

[1] И.А.Привороцкий. ЖЭТФ, 45, 1960, 1963.
[2] R.Balian, N.R. Werthamer. Phys. Rev., 131, 1553, 1963.

[3] G.M.Androes, W.D.Knight. Phys.Rev., I2I, 779, I96I.

[4] А.А. Абрикосов, Л.П.Горьков. ЖЭТФ, 39 , I78I, I960.

[5] K.Maki. Progr. Theor. Phys., 3I, 73I,I964.

[6] А.И.Ларкин. ЖЭТФ, 48, 232, I965.

[7] Е.А.Шаповал. ЖЭТФ, 47, I007, I964.

[8] P.G. de Gennes, M.T. Tinkham. Physics, I, I07, I964.

[9] Л.П.Горьков, В.М.Галицкий. ЖЭТФ, 40, II24, I96I.

[10] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков. ЖЭТФ, 42, I088, I962.