

О САМОФОКУСИРОВКЕ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ
В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

В.И.Таланов

В работах [1,2] были рассчитаны цилиндрические самоподдерживающиеся волноводные каналы (двухмерные и трехмерные) в изотропном нелинейном диэлектрике с волновым числом $k_n = k\sqrt{\epsilon(E_0^2)}$ ($k = (\omega/c)n_0$ - волновое число при $E_0 \rightarrow 0$, E_0 - амплитуда поля). Ниже обсуждаются некоторые особенности параксимальных волновых пучков в такой среде при слабой нелинейности ϵ :¹⁾

$$\epsilon = 1 + \epsilon' E_0^2; \quad \epsilon' E_0^2 \ll 1, \quad \epsilon' > 0. \quad (1)$$

Делая обычные для квазиоптики предположения о характере волнового пучка [3], позволяющие не учитывать поляризационные эффекты и продольную диффузию лучевой амплитуды, для E_0 и медленно меняющейся части φ фазы поля пучка $E = E_0 \exp(-ik\vec{x} - i\varphi + i\omega t)$ получим уравнения (в безразмерных координатах $k\vec{x}$, $k\vec{y}$, $k\vec{z}$)

$$\frac{\partial E_0^2}{\partial z} = -\text{div}_1 (E_0^2 \nabla_1 \varphi); \quad 2\varphi'_z + (\nabla_1 \varphi)^2 = \epsilon_{\text{эф}} - 1; \quad (2)$$

$$\epsilon_{3\varphi} = \epsilon(E_0^2) + \frac{\Delta_1 E_0}{E_0}, \quad (3)$$

эквивалентные уравнению поперечной диффузии лучевой амплитуды поля [3]. Следствием (2) является уравнение для параксиальных лучей

$$\ddot{r}_1 = \frac{1}{2} \nabla_1 \epsilon_{3\varphi}, \quad (4)$$

согласно которому первое слагаемое в (3) определяет рефракцию лучей в неоднородном диэлектрике, а второе - их дифракционное искривление.

При заданном профиле пучка по характеру правой части уравнения (4) можно судить о степени фокусировки (или расфокусировки) его при входе в нелинейную среду. Так, при падении на плоскую границу нелинейной среды пучка, имеющего в поперечном сечении профиль, подобный профилю стационарного (цилиндрического) пучка [1, 2], он фокусируется по всему сечению при полной мощности $P > P_{ст}$ и расфокусируется при $P < P_{ст}$, где $P_{ст}$ - мощность стационарного пучка в нелинейной среде, имеющего те же размеры, что и падающий. Заметим, что в двухмерном случае мощность $P_{ст}$ обратно пропорциональна ширине пучка α , а в трехмерном от ширины пучка не зависит (при $ka \gg 1$).

При $\epsilon' E_0^2 \gg (k \Lambda_1)^{-2}$, где Λ_1 - характерный масштаб изменения поля в поперечном сечении пучка, в уравнениях (2) можно пренебречь членом $\Delta_1 E_0 / E_0$ (приближение геометрической оптики). Одним из практически интересных решений в этом случае являются сферические волны с переменным центром кривизны:

$$\varphi = \frac{K(z)r^2}{2} + \varphi_0(z); \quad \epsilon' E_0^2 = 2\varphi_0' + r^2(K' + K^2), \quad (5)$$

рассмотрение которых позволяет выяснить ряд особенностей структуры пучков в окрестности максимума (минимума) поля. Можно показать, что

$$K(z) = D(z - z_0) / [1 + D(z - z_0)^2]. \quad (6)$$

Постоянные D и z_0 определяются структурой пучка (5) на границе нелинейной среды $z=0$. Пучки, описываемые выражениями (5) и (6), качественно различны при $D > 0$ (расфокусирующий профиль $\varepsilon(z=0)$) и при $D < 0$ (фокусирующий профиль $\varepsilon(z=0)$).

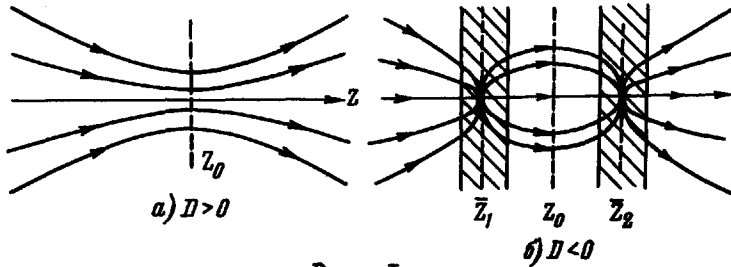


Рис. I

Схематически они показаны на рис. I. Точки $z_{1,2} = z_0 \pm |D|^{-1/2}$ на рис. Iб являются фокальными. В их окрестности решение (5) неприменимо. Поэтому участки пучка на рис. Iб, разделенные этими точками, должны рассматриваться независимо. Прохождение пучка через фокус требует специального анализа, выходящего за рамки принятого приближения.

Наиболее существенные стороны явления самофокусировки пучков при учете дифракционного члена $\Delta_1 E_0 / E_0$ в уравнениях (2) можно выяснить, воспользовавшись следующей аппроксимацией зависимости $\varepsilon(E_0^2)$:

$$\varepsilon - 1 = \varepsilon' E_0^2 = \varepsilon' E_M^2 f \approx \varepsilon' E_M^2 (1 + B \ln f) \approx \varepsilon' E_M^2 \tilde{f}, \quad (7)$$

где $f = E_0^2 / E_M^2$; E_M - значение поля в максимуме пучка. При $B = (s-1)/\ln s$ аппроксимирующая функция \tilde{f} совпадает с f в двух точках $f=1$ и $f=s$. Наибольшее расхождение функций на интервале $(1, s)$ достигается в точке $f=B$ и равно $1-B$ ($1 - \ln B$). При $s = 0,3$ ($B = 0,6$) оно не превышает 0,1. Выбирая s равным указанному значению, аппроксимацией (7) можно пользоваться для центральной части ограниченного пучка.

Аппроксимация (7) позволяет найти решение уравнений (2) типа гауссовых пучков $E_0 = E_M \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} - \frac{y^2}{2b^2}\right)$. При этом из лучевого уравнения (4) заменой $x = \alpha a$, $y = \beta b$ ($\alpha, \beta = \text{const}$

для лучевой трубки) получаются уравнения, описывающие a и b .
 Для двумерного ($b \rightarrow \infty$), а также для трехмерного симметричного пучка ($a = b$):

$$\ddot{a} = \frac{1}{a^3} [1 - g(a)], \quad (8)$$

где $g = P/P_{ст}$; P - мощность пучка, $P_{ст}(a)$ - мощность стационарного пучка, характеризуемого параметром a . Мощность

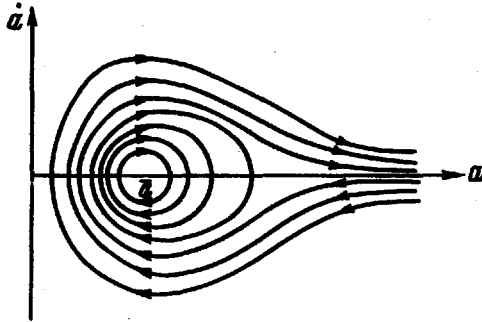


Рис. 2

двухмерного пучка $P_{ст}^{(2)}(a) = cn_0 / 8\sqrt{\epsilon} \epsilon' k^2 a$ (a - размерно),
 мощность трехмерного пучка $P_{ст}^{(3)} = cn_0 / 8\sqrt{\epsilon} \epsilon' k^2$ от его размера не
 зависит. Приведенные значения лишь числовым множителем порядка
 единицы отличаются от соответствующих величин для стационарных
 пучков, являющихся строгим решением уравнений (2). Фазовый
 портрет уравнения (8) для двумерного пучка показан на рис. 2,
 для трехмерного пучка - на рис. 3. Значение \bar{a} на рис. 2 -
 радиус стационарного пучка. Трехмерный пучок при $g < 1$ всегда
 расфокусируется (рис. 3а), при $g > 1$ он при соответствующих
 начальных условиях фокусируется в некоторой точке на оси x
 (рис. 3б), как и в приближении геометрической оптики. Поло-
 жение фокуса зависит от g . В целом картина лучей при $g < 1$
 и $g > 1$ качественно такая же, как соответственно на рис. 1а и 1б.

Поведение трехмерного пучка в окрестности фокальных
 точек приведенными уравнениями не описывается. Феноменологи-
 чески идеальной фокусировки в трехмерном случае можно избе-

жать, если допустить, что при достаточно малых значениях a $P_{ст}^{(3)}$ начинает возрастать с уменьшением a . Однако практически необходимое расфокусирующее воздействие на пучок будет достигаться при таких напряженностях поля, при которых

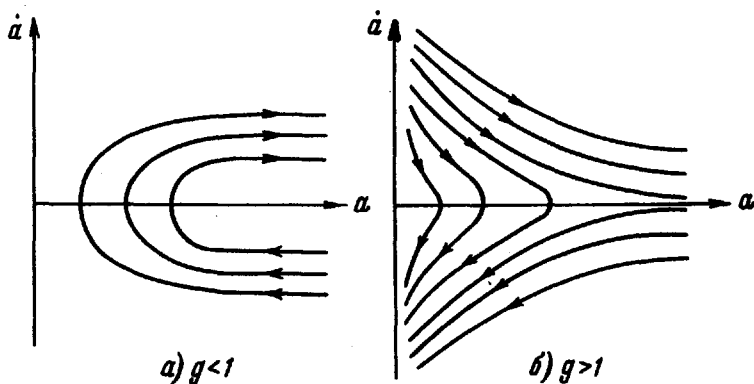


Рис. 3

станут существенными не учитываемые здесь эффекты нелинейного поглощения энергии пучка и пробоя диэлектрика. В частности, прохождение трехмерного симметричного пучка через нелинейный диэлектрик может сопровождаться образованием нескольких искр в точках последовательной фокусировки пучка²⁾.

Автор признателен А.В. Гапонову и М.А.Миллеру за полезные обсуждения.

Научно-исследовательский
радиофизический институт
г.Горький

Поступило в редакцию
6 июля 1965 г.

Литература

- [1] В.И.Таланов. Изв. ВУЗов. Радиофизика, 7, 564, 1964.
- [2] H.Y.Chiao, E.Garmire, C.H.Townes. Phys.Rev.Lett., 13, 479, 1964.
- [3] Н.Г.Бондаренко, В.И.Таланов, Изв. ВУЗов, Радиофизика, 7, 313, 1964.

1) В оптическом диапазоне для ряда диэлектриков параметр \mathcal{E}' имеет величину $10^{-13} - 10^{-12}$ ед. CGSE [2].

2) Как сообщил автору С.Б.Моченов, такое явление наблюдалось им при фокусировке интенсивного пучка света ($\lambda = 1,06 \mu$) в воде и четыреххлористом углероде.