ДВОЙНОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ЭЛЕКТРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

В.Н.Байер, В.М.Галицкий

В данной статье приводятся результаты расчета сечения излучения двух фотонов с произвольной энергией при электрон-электронных и электрон-позитронных столкновениях. Этот вопрос представляет большой интерес в связи с опытами на встречных пучках. Излучение двух мягких фотонов рассмотрено в работе [1], излучение одного мягкого фотона и одного фотона с произвольной энергией - в работе [2], где дана постановка вопроса и сформулирован метод решения. Ниже используются обозначения работы [2].

Сечение процесса представим в виде:

$$d\sigma_{\omega_1\omega_2} = \frac{4\alpha^4}{(2\pi)^4\sqrt{(p_1p_2)^2-1}} \frac{d\omega_1}{\omega_1} \frac{d\omega_2}{\omega_2} \int \frac{d^4\Delta}{\Delta^4} K_{1\mu\nu} K_2^{\mu\nu},$$

$$K_{1\mu\nu}K_2^{\mu\nu} = c_1^{(2)} I_1^{(1)} + c_2^{(2)} I_2^{(1)} + \frac{1}{(\Delta n)^2}\left[c_1^{(2)}\Delta^2 + c_2^{(2)}(\Delta p_1)^2 + c_3^{(2)}\Delta^4 + 2c_4^{(2)}\Delta^2(\Delta p_1)\right] I_3^{(1)} - \frac{1}{(\Delta n)}\left[(\Delta p_1)c_2^{(2)} + c_4^{(2)}\Delta^2\right] I_4^{(1)},$$

где верхние индексы в величинах c_k и I_i соответствуют номеру вершины. Выражая коэффициенты $c_k^{(2)}$ через $I_i^{(2)}$, запишем (I) в виде

$$d\sigma_{\omega_1\omega_2} = \frac{4\alpha^4}{(2\pi)^4\sqrt{(p_1p_2)^2-1}} \int \frac{d^4\Delta}{\Delta^4} \sum_{i,k} \lambda_{ik} I_i^{(1)} I_k^{(2)}. \tag{2}$$

Величины $I_i^{(1)}$ и $I_k^{(2)}$ отличаются от найденных в работе [2] (формулы (32)-(38)) на величины порядка ε^{-2}.

Коэффициенты при $I_k^{(2)}$ в выражении для $c_i^{(2)}$ есть функции инвариантных комбинаций векторов p, Δ, n (см.формулу (II) в [2]). Поскольку в число этих векторов не входят вектора $K_{1,2}$, то эти коэффициенты, а следовательно, величины λ_{ik} не зависят от $\omega_{1,2}$. Из формул (32)-(38) статьи [2] видно, что величины $I_k^{(1,2)}$ имеют следующий порядок по ε: $I_1^{(1,2)} \sim I_2^{(1,2)} \sim 1$, $I_4^{(1,2)} \sim \varepsilon$, $I_3^{(1,2)} \sim \varepsilon^2$, причем этот порядок не зависит от $\omega_{1,2}$. Следовательно, порядок каждого из членов в сумме $\sum_{i,k} \lambda_{ik} I_i^{(1)} I_k^{(2)}$ не зависит от $\omega_{1,2}$, при этом в силу симметрии по отношению к излучению фотонов I и 2 порядок $\lambda_{ik} I_i^{(1)} I_k^{(2)}$ и $\lambda_{ki} I_k^{(1)} I_i^{(2)}$ одинаков. Исходя из того, что в предельном случае $\omega_2 \to 0$ доминирующий (по ε^2) вклад дает член $I_3^{(2)}$ [2], ясно, что в формуле (2) наиболее существенное слагаемое есть $\lambda_{33} I_3^{(2)} I_3^{(1)}$. Прямое вычисление дает $\lambda_{33} = 4 + O(\varepsilon^{-2})$. Оставляя в величинах $I_3^{(1,2)}$ главные по ε^2 члены, получаем дифференциальное сечение двойного тормозного излучения, справедливое с точностью до членов порядка ε^{-2}:

$$d\sigma = \frac{8\alpha^4\varepsilon^2}{(2\pi)^4\Delta^4}\left\{-\frac{1}{\varkappa_3^2} + \frac{\Delta^2\left[1+\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}\right)^2\right]+4\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}\right)}{2\varkappa_1\varkappa_3} - \frac{\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}\right)^2}{\varkappa_1^2}\right\}\times$$

$$\times\left\{-\frac{1}{\varkappa_4^2} + \frac{\Delta^2\left[1+\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}\right)^2\right]+4\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}\right)}{2\varkappa_2\varkappa_4} - \frac{\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}\right)^2}{\varkappa_2^2}\right\}\delta(p_1+p_3+k_1+k_2-p_1-p_2)\times$$

$$\times\frac{d^3p_3}{\varepsilon_3}\frac{d^3p_4}{\varepsilon_4}\frac{d^3k_1}{\omega_1}\frac{d^3k_2}{\omega_2}. \tag{3}$$

При интегрировании сечения (2) по 4-вектору Δ удобно перейти к ковариантным переменным Δ^2, $\varkappa_3$, $\varkappa_4$. Проведенный анализ показывает, что с точностью до членов ε^{-2} величина $I_3^{(1)}$ зависит только от $\varkappa_3$, а величина $I_3^{(2)}$ только от $\varkappa_4$, причем интегрирование по этим переменным может вестись от величин $\frac{\omega_{1,2}}{2(\varepsilon-\omega_{1,2})}$ до ∞. Тогда получаем:

$$d\sigma_{\omega_1\omega_2} = \frac{16\alpha^4}{\pi}\frac{d\omega_1}{\omega_1}\frac{d\omega_2}{\omega_2}\int\frac{d\Delta^2}{\Delta^4}\left\{\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}\right)\Phi\left(\frac{\Delta^2}{4}\right) + \right.$$

$$+\frac{\omega_1^2}{\varepsilon^2}\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2+4}}\ln\left(\frac{\Delta}{2}+\sqrt{1+\frac{\Delta^2}{4}}\right)\Big\}\times\left\{\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}\right)\Phi\left(\frac{\Delta^2}{4}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\omega_2^2}{\varepsilon^2}\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2+4}}\ln\left(\frac{\Delta}{2}+\sqrt{1+\frac{\Delta^2}{4}}\right)\right\}, \qquad (4)$$

$$\Phi(x^2) = \frac{1+2x^2}{x\sqrt{1+x^2}}\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-1.$$

При $\omega\to 0$ выражения в фигурных скобках равны $\Phi\left(\frac{\Delta^2}{4}\right)$, т.е. величине, пропорциональной вероятности излучения классического фотона при передаче электрону импульса Δ, проинтегрированной по углам вылета фотона. Поэтому эти выражения можно рассматривать как обобщение такой вероятности на случай фотонов произвольных энергий. При малых Δ^2 такая вероятность пропорциональна Δ^2, так что в интеграле в формуле (3) малые Δ^2 несущественны и нижний предел интегрирования можно положить равным 0. Верхний предел интегрирования по Δ^2 пропорционален ε^2 и ввиду сходимости интеграла может быть положен равным бесконечности. После интегрирования получается следующая окончательная формула для сечения двойного тормозного излучения:

$$d\sigma_{\omega_1\omega_2} = \frac{8 r_0^2\alpha^2}{\pi}\left\{\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}\right)\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}\right)\left[5/4+7/8\,\zeta(3)\right]+\right.$$

$$+\left[\left(1-\frac{\omega_1}{\varepsilon}\right)\frac{\omega_2^2}{\varepsilon^2}+\left(1-\frac{\omega_2}{\varepsilon}\right)\frac{\omega_1^2}{\varepsilon^2}\right]\left(1/2+7/8\,\zeta(3)\right)+$$

$$\left.+\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\varepsilon^4}\,7/8\,\zeta(3)\right\},$$

$$7/8\,\zeta(3) = 1,052.$$

Формула (5) несправедлива в самой жесткой части спектра, когда $\varepsilon-\omega$ порядка единицы. Однако ввиду узости интервала эта область, по-видимому, не дает конечного вклада в интегральное сечение.

Отношение сечения двойного тормозного излучения в области жестких фотонов к сечению двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары имеет вид:

$$\frac{\delta\sigma_T}{\sigma_a} = 1{,}7\cdot 10^{-4}\frac{\varepsilon^2}{\ln 4\varepsilon}\left(\frac{\delta\omega}{\omega}\right)^2 \qquad (6)$$

(энергия выражена в Мэв).

При разумном разрешении по энергии детекторов фотонов указанные сечения сравниваются при энергиях порядка I Бэв.

Новосибирский
государственный университет

Поступило в редакцию
I2 июля 1965 г.

Литература

[I] V.N.Bayer, V.M.Galitsky. Phys.Lett., 13, 355, 1964.

[2] В.Н.Байер, В.М.Галицкий. ЖЭТФ, 49, 66I, 1965.